



## Заключительная\_Олимпиада - 3 класс - решения

1. У бабушки Оли живут 4 пятнистых щенка. У каждого щенка меньше 10 пятнышек, и у всех щенков разное количество пятнышек. Какое наибольшее количество пятнышек может быть у всех щенков вместе?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 30. (Так как у каждого щенка меньше 10 пятнышек, то максимальное количество пятнышек у одного щенка 9. Так как у всех щенков разное количество пятнышек, то максимально у щенков может быть 9, 8, 7 и 6 пятнышек. Значит, в сумме максимум  $9+8+7+6=30$  пятнышек.)*

2. Найдите наименьшее натуральное число, сумма цифр которого равна 30.

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 3999. (Сумма цифр числа 3999 равна  $3+9+9+9=30$ . Значит, это число подходит. Покажем, что это наименьшее число с такой суммой цифр.*

*Если в числе меньше чем 4 цифры, то наибольшая возможная сумма цифр  $9+9+9=27$  - меньше чем 30. Значит, в числе должно быть хотя бы 4 цифры.*

*Если в четырёхзначном числе на первое место поставить цифру меньше чем 3, то есть 1 или 2, то наибольшая возможная сумма цифр будет  $2+9+9+9=29$  - меньше чем 30. Значит, число не менее чем четырёхзначное и первая цифра не менее 3.*

*А если на первое место поставить цифру 3, то сумма остальных цифр должна быть равна  $30-3=27$  - тремя цифрами такую можно получить только так:  $9+9+9=27$ . Значит, 3999 - наименьшее натуральное число с суммой цифр 30.)*

3. Синему трактору разрешается ездить только по клеткам с числами от 5 до 12 (включая 5 и 12). Переезжать из клетки в клетку он может только через общую сторону этих клеток. Сколько на этом поле клеток, которые синий трактор может вспахать? Места въезда и выезда на поле указаны стрелками, в остальных местах поле огорожено забором.

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

←	7	5	11	4	10	5	8	19	10	
	2	15	9	8	6	1	7	15	8	
	5	6	16	2	3	13	12	9	18	
	7	14	6	10	8	20	4	7	3	
	8	17	5	19	8	5	11	10	15	
	10	1	7	9	1	14	19	17	4	
	5	9	14	12	6	9	7	11	6	→





Ответ: 29. (Сначала раскрасим все клетки, на которых написаны числа от 5 до 12:

7	5	11	4	10	5	8	19	10
2	15	9	8	6	1	7	15	8
5	6	16	2	3	13	12	9	18
7	14	6	10	8	20	4	7	3
8	17	5	19	8	5	11	10	15
10	1	7	9	1	14	19	17	4
5	9	14	12	6	9	7	11	6

Заметим, что все покрашенные клетки разделились на три части: на часть этих клеток трактор может попасть, заехав на поле в один из въездов, а на две другие - не сможет (покрасим их жёлтым цветом).

7	5	11	4	10	5	8	19	10
2	15	9	8	6	1	7	15	8
5	6	16	2	3	13	12	9	18
7	14	6	10	8	20	4	7	3
8	17	5	19	8	5	11	10	15
10	1	7	9	1	14	19	17	4
5	9	14	12	6	9	7	11	6

Значит, синий трактор может вспахать только те клетки, которые остались зелёными - их 29.)

4. Поездка на такси от дома Наума Наумовича до аэропорта вместе с фиксированной платой за подачу машины стоит 127 рублей. Путь от дома до работы вдвое короче, и такая поездка с той же платой за подачу стоит 89 рублей. Чему равна плата за подачу такси?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 51. (Вычтем  $127-89=38$  рублей - это стоимость поездки на половину расстояния от дома до аэропорта (или от дома до работы) без платы за подачу машины. Значит, стоимость подачи машины составляет  $89-38=51$  рубль.)

5. Тропинка длиной 120 м разделена на три участка. Расстояние между серединой первого участка и серединой третьего участка равно 85 м. Найдите длину среднего участка.

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 50. ( $120-85=35$  метров - это сумма длин двух половинок крайних участков. Значит,  $35+35=70$  метров - это сумма длин двух целых крайних участков. Значит, длина среднего участка равна  $120-70=50$  метров.)





6. Отгадайте ребус.

Замечание: В ответе укажите только слово.

2, 3, 4=Е, 1



Ответ: Треугольник. (На первой картинке изображено УТРО. Располагаем буквы в таком порядке: вторая, третья, четвертую букву заменяем на Е, и затем первая буква - получается ТРЕУ.

На второй картинке изображён ГОЛЬФ - без последней буквы получим ГОЛЬ.

На последней картинке изображено КИНО. У этого слова отброшена последняя буква (КИН) и оно перевернуто - получается НИК.

Вместе получается слово ТРЕУГОЛЬНИК.)

7. В коробке лежит 50 игрушек: машинки, куклы и мячи. Машинок в 3 раза больше, чем кукол. Мячей меньше, чем машинок, но больше, чем кукол. Сколько мячей может быть в коробках?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 14, 18. (Разберём варианты, сколько могло быть кукол.

Если кукол 0, то машинок  $3 \cdot 0 = 0$ . Тогда мячей  $50 - 0 - 0 = 50$  - не подходит.

Если кукол 1, то машинок  $3 \cdot 1 = 3$ . Тогда мячей  $50 - 1 - 3 = 46$  - не подходит.

Если кукол 2, то машинок  $3 \cdot 2 = 6$ . Тогда мячей  $50 - 2 - 6 = 42$  - не подходит.

Если кукол 3, то машинок  $3 \cdot 3 = 9$ . Тогда мячей  $50 - 3 - 9 = 38$  - не подходит.

Если кукол 4, то машинок  $3 \cdot 4 = 12$ . Тогда мячей  $50 - 4 - 12 = 34$  - не подходит.

Если кукол 5, то машинок  $3 \cdot 5 = 15$ . Тогда мячей  $50 - 5 - 15 = 30$  - не подходит.

Если кукол 6, то машинок  $3 \cdot 6 = 18$ . Тогда мячей  $50 - 6 - 18 = 26$  - не подходит.

Если кукол 7, то машинок  $3 \cdot 7 = 21$ . Тогда мячей  $50 - 7 - 21 = 22$  - не подходит.

Если кукол 8, то машинок  $3 \cdot 8 = 24$ . Тогда мячей  $50 - 8 - 24 = 18$  - подходит, так как  $8 < 18 < 24$ .

Если кукол 9, то машинок  $3 \cdot 9 = 27$ . Тогда мячей  $50 - 9 - 27 = 14$  - подходит, так как  $9 < 14 < 27$ .

Если кукол 10, то машинок  $3 \cdot 10 = 30$ . Тогда мячей  $50 - 10 - 30 = 10$  - не подходит.

Если кукол 11, то машинок  $3 \cdot 11 = 33$ . Тогда мячей  $50 - 11 - 33 = 6$  - не подходит.

Если кукол 12, то машинок  $3 \cdot 12 = 36$ . Тогда мячей  $50 - 12 - 36 = 2$  - не подходит.

Варианты, когда кукол 13 или больше, не подходят, так как тогда кукол и машинок вместе не менее чем  $13 + 3 \cdot 13 = 52$  - это больше чем 50.

Итак, подошли только два варианта: 8 кукол (и тогда мячей 18), 9 кукол (и тогда мячей 14.)





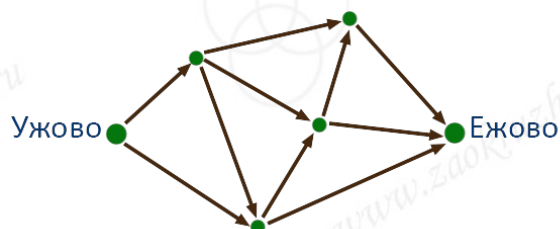
8. На острове живут коты, которые умеют говорить только два слова: "мур" и "мяу". Одно из слов означает "да", другое - "нет", но какое что - неизвестно. Рыжие коты всегда лгут, все остальные коты всегда говорят правду. На солнышке грелись два кота, но их цвета неизвестны. Каждого из них спросили: "Ты рыжий кот?". Один из них ответил "мяу". Отметьте верные утверждения.

- (1) Второй кот ответил "мур";
- (2) второй кот ответил "мяу";
- (3) второй кот мог ответить и то, и другое, зависит от цвета котов;
- (4) "мур" означает "да";
- (5) "мур" означает "нет";
- (6) значение "мур" зависит от цвета котов;
- все перечисленные утверждения неверны.

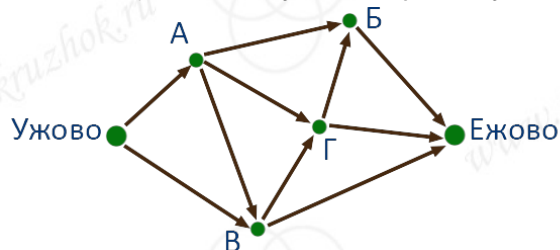
Ответ: (2), (4). (Если бы коты использовали обычные слова "да" и "нет", то на вопрос "Ты рыжий кот?" рыжий кот соврал бы и сказал "нет", а кот другого цвета честно сказал бы тоже "нет". Значит, на такой вопрос все коты отвечают одно и то же: "нет". Значит, если один из котов ответил "мяу", то "мяу" означает "нет", и второй кот тоже ответит "нет", то есть "мяу". И тогда "мур" означает "да". Значит, верны утверждения 2 и 4, а остальные утверждения ложны.)

9. Сколько возможных вариантов маршрута есть из Ужово в Ежово, если по дорогам можно двигаться только в направлении стрелок?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



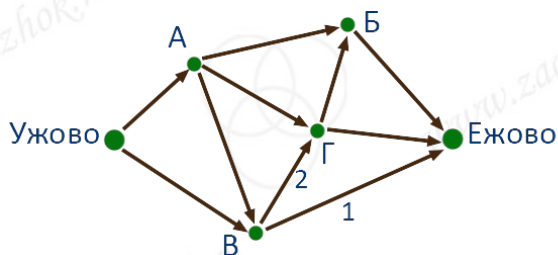
Ответ: 9. (Назовём буквами промежуточные пункты:



Из Ужово есть два варианта начала пути: в А и в В.

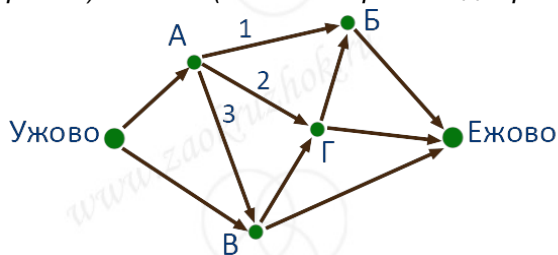
Посчитаем варианты маршрутов, которые сначала идут из Ужово в В. Из В можно поехать сразу в Ежово (1 вариант) или в Г. Тогда из Г есть 2 варианта продолжения: сразу в Ежово или через Б.





Итого, маршрутов, которые начинаются с Ужово-В,  $1+2=3$ .

Теперь посчитаем варианты маршрутов, которые сначала идут из Ужово в А. Из А можно поехать в Б (затем 1 вариант добраться до Ежово), в Г (затем 2 варианта добраться до Ежово, как считали ранее) или в В (затем 3 варианта добраться до Ежово, как считали ранее).



Итого, маршрутов, которые начинаются с Ужово-А,  $1+2+3=6$ .

А всего маршрутов из Ужово в Ежово получается  $3+6=9$ .)

10. У ПрограМиши есть 8 карточек с числами от 1 до 8 (по одной карточке с каждым числом). ПрограМиша решил называть набор карточек «заурядным», если в нём нет четырёх подряд идущих чисел. Например, набор карточек 1, 3, 5, 7 - «заурядный», а набор 3, 4, 5, 6, 7, 8 - нет. Сколько всего «заурядных» наборов ПрограМиша может составить, используя эти восемь карточек?

*Замечание: Набором считается любое количество карточек от 1 до 8. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 207. (Сначала посчитаем, сколько всего наборов карточек можно составить из 8 карточек. Каждую карточку можно либо взять в набор, либо не брать, то есть два варианта для каждой из 8 карточек, то есть вариантов  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$ . Но это количество включает пустой набор, то есть непустых наборов 255.*

*Теперь посчитаем количество наборов с 4 и более подряд идущими карточками. Ясно, что для наборов размером 1-3 карточки таких наборов нет.*

*Среди наборов из 4 карточек, наборов из 4 подряд идущих карточек 5: 1234, 2345, 3456, 4567, 5678 - это всевозможные блоки из четырех подряд идущих карточек.*

*Чтобы составить набор из 5 карточек, включающий блок из 4 подряд идущих карточек, есть 5 вариантов этого блока, и для каждого из этих блоков есть 4 варианта для пятой карточки, то есть всего  $5 \cdot 4 = 20$ . Но в этом случае дважды посчитаны варианты, когда, например, к набору 1234*





добирается карточка 5, и когда к набору 2345 добирается карточка 1. То есть все наборы, включающие 5 подряд идущих карточек посчитаны дважды. Всего таких наборов 4. То есть уникальных наборов  $20 - 4 = 16$ .

Чтобы составить набор из 6 карточек, включающий блок из 4 подряд идущих карточек, есть 5 вариантов этого блока. К каждому из этих 5 вариантов нужно добрать 2 карточки. Рассмотрим отдельно случаи:

Когда набор содержит ровно 4 подряд идущие карточки. Для блоков 1234 и 5678 по 3 варианта добрать оставшиеся карточки. Для блоков 2345, 4567 и 3456 по 1 варианту. Всего 9 вариантов.

Когда набор содержит ровно 5 подряд идущих карточек. Блоков из 5 подряд идущих карточек 4. Для блоков 12345 и 45678 по 2 варианта добрать шестую карточку. Для двух остальных блоков есть только по одному варианту. То есть всего 6 вариантов.

И есть 3 варианта наборов из 6 подряд идущих карточек.

Таким образом, всего  $9 + 6 + 3 = 18$  наборов.

Всего наборов из 7 карточек 8. Оно все содержат 4 подряд идущие карточки.

И один набор из 8 карточек, он тоже содержит 4 подряд идущие карточки.

Значит, примечательных наборов  $255 - 5 - 16 - 18 - 8 - 1 = 207$ .

