



Заключительная_Олимпиада - 2 класс - решения

1. У бабушки Оли живут 4 пятнистых щенка. У каждого щенка меньше 10 пятнышек, и у всех щенков разное количество пятнышек. Какое наибольшее количество пятнышек может быть у всех щенков вместе?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 30. (Так как у каждого щенка меньше 10 пятнышек, то максимальное количество пятнышек у одного щенка 9. Так как у всех щенков разное количество пятнышек, то максимально у щенков может быть 9, 8, 7 и 6 пятнышек. Значит, в сумме максимум $9+8+7+6=30$ пятнышек.)

2. МатеМаша написала на доске слово Геометрия. Затем она перенесла первые 4 буквы в конец и записала получившееся "слово": етрияГеом. Затем она снова перенесла первые 4 буквы в конец и снова записала получившееся "слово": "яГеометри". Так она делала, пока снова не получила слово "Геометрия". Сколько "слов", кроме слов "Геометрия", получилось записано на доске?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 8. (Выпишем получившуюся последовательность: Геометрия, етрияГеом, яГеометри, метрияGeo, ияГеометр, ометрияГе, рияГеомет, еометрияГ, трияГеоме, Геометрия. Итого между двумя словами Геометрия записано 8 слов.)

3. Синему трактору разрешается ездить только по клеткам с числами от 5 до 12 (включая 5 и 12). Переезжать из клетки в клетку он может только через общую сторону этих клеток. Сколько на этом поле клеток, которые синий трактор может вспахать? Места въезда и выезда на поле указаны стрелками, в остальных местах поле огорожено забором.

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

↔	7	5	11	4	10	5	8	19	10	
	2	15	9	8	6	1	7	15	8	
	5	6	16	2	3	13	12	9	18	
	7	14	6	10	8	20	4	7	3	
	8	17	5	19	8	5	11	10	15	
	10	1	7	9	1	14	19	17	4	
	5	9	14	12	6	9	7	11	6	↔

Ответ: 29. (Сначала раскрасим все клетки, на которых написаны числа от 5 до 12:



7	5	11	4	10	5	8	19	10
2	15	9	8	6	1	7	15	8
5	6	16	2	3	13	12	9	18
7	14	6	10	8	20	4	7	3
8	17	5	19	8	5	11	10	15
10	1	7	9	1	14	19	17	4
5	9	14	12	6	9	7	11	6

Заметим, что все покрашенные клетки разделились на три части: на часть этих клеток трактор может попасть, заехав на поле в один из въездов, а на две другие - не сможет (покрасим их жёлтым цветом).

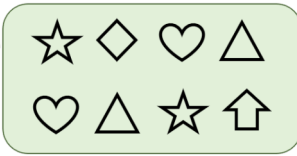
7	5	11	4	10	5	8	19	10
2	15	9	8	6	1	7	15	8
5	6	16	2	3	13	12	9	18
7	14	6	10	8	20	4	7	3
8	17	5	19	8	5	11	10	15
10	1	7	9	1	14	19	17	4
5	9	14	12	6	9	7	11	6

Значит, синий трактор может вспахать только те клетки, которые остались зелёными - их 29.)

4. ПрограМиша опять занялся шифрованием: каждую букву алфавита он заменяет на определённый знак. Какие два имени из списка зашифрованы на картинке?

- Дима;
- Гена;
- Боря;
- Нина;
- Рита;
- Егор;
- Надя;
- Рома;
- Маша;
- Олег;
- Ярик;
- Таня;
- Глеб;
- Федя.

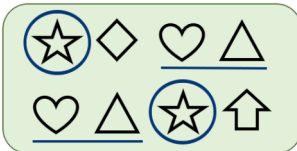




Ответ: Егор, Олег. (Заметим, что последние две буквы первого имени точно такие же, как и первые две буквы второго имени - они шифруются сердечком и треугольником (и стоят в том же порядке).



При этом у этих имён есть ещё одна одинаковая буква - первая у первого имени и третья у второго - звёздочка.



Для каждого имени из списка выпишем все имена, которые начинаются на такие же две буквы, как и заканчивается первое имя. В каждом случае будем проверять, есть ли совпадение ещё одной буквы.

Дима - Маша - нет совпадения первой и третьей букв;

Гена - Надя - нет совпадения первой и третьей букв;

Боря - Х (нет имён, начинающихся на ДЯ);

Нина - Надя - нет совпадения первой и третьей букв;

Рита - Таня - нет совпадения первой и третьей букв;

Егор - Х;

Надя - Х;

Рома - Маша - нет совпадения первой и третьей букв;

Маша - Х;

Олег - Егор - первая буква первого имени совпадает с третьей буквой второго имени - О;

Ярик - Х;

Таня - Х;

Глеб - Х;

Федя - Х.

Подойшла только пара Олег - Егор.)

5. Тропинка длиной 120 м разделена на три участка. Расстояние между серединой первого участка





и серединой третьего участка равно 85 м. Найдите длину среднего участка.

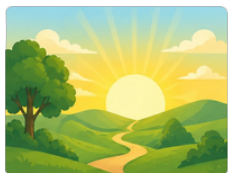
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 50. ($120-85=35$ метров - это сумма длин двух половинок крайних участков. Значит, $35+35=70$ метров - это сумма длин двух целых крайних участков. Значит, длина среднего участка равна $120-70=50$ метров.)

6. Отгадайте ребус.

Замечание: В ответе укажите только слово.

2, 3, 4=Е, 1



Ответ: Треугольник. (На первой картинке изображено УТРО. Располагаем буквы в таком порядке: вторая, третья, четвертую букву заменяем на Е, и затем первая буква - получается ТРЕУ.

На второй картинке изображён ГОЛЬФ - без последней буквы получим ГОЛЬ.

На последней картинке изображено КИНО. У этого слова отброшена последняя буква (КИН) и оно перевернуто - получается НИК.

Вместе получается слово ТРЕУГОЛЬНИК.)

7. Император Тянь хочет украсить площадь перед дворцом статуями. Он собирается поставить статуи через равные промежутки по периметру прямоугольной площади, в том числе в углах. Какое минимальное количество статуй ему для этого понадобится, если размеры площади 48 на 64 метра?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 14. (Чтобы получить минимальное количество статуй, нужно определить, на какие максимальные равные промежутки можно поделить и 48 метров, и 64 метра.

Попробуем сторону 48 метров разделить на 1 участок в 48 метров. Но тогда 64 метра не получится поделить на такие же промежутки ($64=48+16$).

Попробуем сторону 48 метров разделить на 2 участка по 24 метра. Но тогда 64 метра тоже не получится поделить на такие же промежутки ($64=24+24+16$).

Попробуем сторону 48 метров разделить на 3 участка по 16 метров. В этом случае 64 метра можно разделить на такие же промежутки: $64=16+16+16+16$.

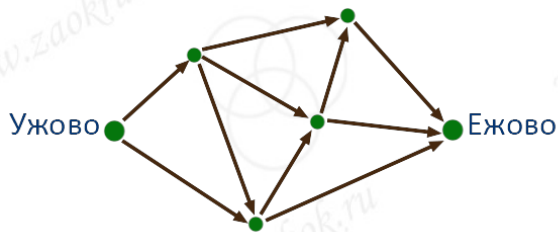
Итак, минимальное количество статуй получается, если их ставить через каждый 16 метров. Тогда



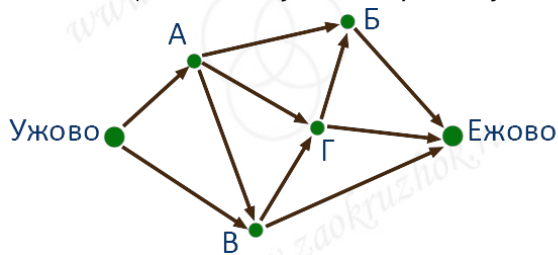
в углах будет 4 статуи, вдоль каждой из сторон в 48 метров будет ещё по 2 статуи, а вдоль сторон в 64 метра будет ещё по 3 статуи - всего $4+2+2+3+3=14$ статуй.)

8. Сколько возможных вариантов маршрута есть из Ужово в Ежово, если по дорогам можно двигаться только в направлении стрелок?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

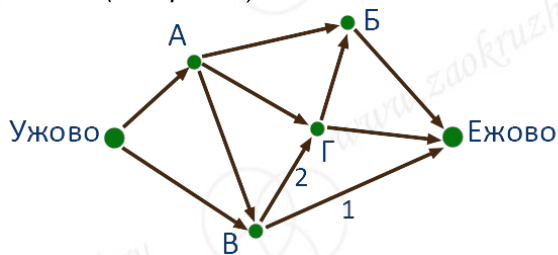


Ответ: 9. (Назовём буквами промежуточные пункты:



Из Ужово есть два варианта начала пути: в А и в В.

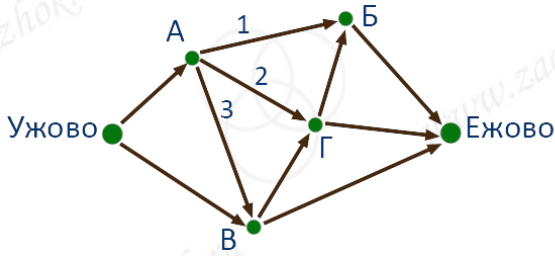
Посчитаем варианты маршрутов, которые сначала идут из Ужово в В. Из В можно поехать сразу в Ежово (1 вариант) или в Г. Тогда из Г есть 2 варианта продолжения: сразу в Ежово или через Б.



Итого, маршрутов, которые начинаются с Ужово-В, $1+2=3$.

Теперь посчитаем варианты маршрутов, которые сначала идут из Ужово в А. Из А можно поехать в Б (затем 1 вариант добраться до Ежово), в Г (затем 2 варианта добраться до Ежово, как считали ранее) или в В (затем 3 варианта добраться до Ежово, как считали ранее).





Итого, маршрутов, которые начинаются с Ужово-А, $1+2+3=6$.
А всего маршрутов из Ужово в Ежово получается $3+6=9$.)

9. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды встретились пять жителей острова: А, Б, В, Г и Д. Каждый сказал по фразе.

А: "Среди нас чётное число рыцарей."

Б: "Мы все рыцари."

В: "Среди нас не более двух рыцарей."

Г: "Среди нас нечётное число рыцарей."

Д: "Среди нас ровно один рыцарь."

Кто из них является рыцарем?

- А;
- Б;
- В;
- Г;
- Д;
- все пятеро лжецы.

Ответ: А, В. (Заметим, что А и Г сказали фразы, из которых обязательно одна верная, другая неверная. Значит, среди них точно один рыцарь, а другой лжец (пока только неизвестно, что именно).

Но тогда фраза Б "Мы все рыцари" точно неверна - он лжец.

Д тоже не может быть рыцарем - если бы он был рыцарь, то рыцарей было бы минимум двое: он и один из А и Г, и тогда его фраза становится ложной. Значит, Д - лжец.

Итак, Б и Д - точно лжец, из А и Г один лжец и один рыцарь. Значит, среди А, Б, Г и Д ровно один рыцарь и 3 лжеца. Но тогда фраза В точно истинна - вместе с ним рыцарей точно не более двух. Значит, он рыцарь.

Получается, что всего рыцарей 2: В и кто-то один из А и Г. А так как 2 - чётное число, то правду сказал А - он рыцарь.

Получается, что А и В - рыцари, а остальные - лжецы.)

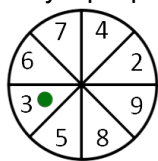




10. Круг разделен на 8 одинаковых секторов. В секторах по кругу написаны числа 3, 6, 7, 4, 2, 9, 8, 5 (именно в таком порядке). Фишка стоит на секторе с числом 3. За ход можно сдвинуть фишку на 1 или 2 шага в любую сторону (в какую-то одну). Каждый игрок записывает себе число, на котором он остановился. МатеМаша и ПрограМиша решили, что сделают по 5 ходов каждый, посчитают каждый сумму своих чисел, и выиграет тот, у кого сумма окажется больше. Первый ход выпал ПрограМише. На какое число ему надо сделать ход, чтобы гарантированно выиграть?

Замечание: Если игрок повторно возвращается на число, на котором он уже был, оно тоже записывается и учитывается в сумме.

- 6;
- 7;
- 4;
- 2;
- 9;
- 8;
- 5;
- у ПрограМиши нет такого первого хода, который гарантирует ему победу.



Ответ: 7. (Если ПрограМиша сделает ход на число 7, то потом МатеМаше будут доступны только ходы на числа 6, 3, 4, 2 - все эти числа меньше чем 7. После любого такого хода ПрограМиша сможет снова вернуться на число 7, и ситуация повторится. В этом случае ПрограМиша может играть, всё время возвращаясь на число 7, и у него будет записано число 7 пять раз, а у МатеМаши будут записаны пять чисел, каждое из которых меньше чем 7. Значит, сумма у ПрограМиши получится больше, и он выиграет. Таким образом, походив на число 7, а далее всё время снова возвращаясь на число 7 (он всегда сможет это сделать), ПрограМиша гарантированно обеспечит себе победу.

Покажем, что это единственный ход, при котором ПрограМиша может гарантировать себе победу. То есть покажем, что при любом другом первом ходе ПрограМиши МатеМаша имеет возможность выиграть.

Доступные первые ходы для ПрограМиши - это ходы на числа 6, 7, 5, 8. Если ПрограМиша походит на 6, то после этого МатеМаша может поставить фишку на 7, и тогда она сможет воспользоваться стратегией, которую мы разобрали для ПрограМиши: все пять раз возвращаясь на 7, а все числа ПрограМиши будут меньше чем 7, то есть выиграет МатеМаша.

Если же ПрограМиша первым ходом походит на 5 или 8, то после этого МатеМаша может поставить фишку на 9 и далее всё время возвращаться на 9. В этом случае у МатеМаши в итоге получатся пять чисел 9, а у ПрограМиши все числа будут меньше чем 9. Значит, и в этом случае МатеМаша может выиграть.)