



Заключительная_Олимпиада - 4 класс - решения

1. В санатории "Райский уголок" на полдник дают или морс, или компот, а в некоторые дни есть и то, и другое на выбор. ПрограМиша и МатеМаша одновременно отдыхали в этом санатории 10 дней. ПрограМиша больше любит морс, он смог пить его 4 дня за время отдыха. При этом 2 дня были и морс, и компот. А МатеМаша больше любит компот. Сколько за время отдыха было дней, когда МатеМаша могла пить компот?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 8. (Из 10-ти дней 2 дня были и компот, и морс на выбор. А 4 дня ПрограМиша мог выбрать морс. Значит, остальные $10-4=6$ дней был только компот. Значит, всего дней, когда МатеМаша могла пить компот, было $2+6=8$.)

2. Вдоль края прямой аллеи установлено 5 скамеек. Длина каждой скамейки 2 метра, а расстояние от конца одной скамейки до начала следующей - 7 метров. На самое начало первой скамейки села муха, а на самый конец последней сел комар. Какое расстояние между мухой и комаром?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 38. (Расстояние между мухой и комаром - это длины 5-ти скамеек ($2+2+2+2+2=10$ метров) и 4 промежутка между этими скамейками ($7+7+7+7=28$ метров). Значит, между мухой и комаром $10+28=38$ метров.)

3. На листе бумаги в ряд написано 30 натуральных чисел. Известно, что сумма любых двух соседних чисел - чётная, а сумма любых трёх чисел подряд - нечётная. Сколько на листе чётных чисел?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 0. (Заметим, что если два числа оба чётные, то их сумма чётна, если оба нечётные, то сумма тоже чётная, а если одно из чисел чётное, а другое нечётное, то их сумма нечётна.

Рассмотрим первые два числа в ряду. Их сумма чётна. А если к этой чётной сумме прибавить ещё и третье число, то сумма должна получиться нечётной. Значит, третье число нечётное.

При этом сумма второго и третьего чисел чётная, а первого, второго и третьего - нечётная. Значит, и первое число нечётное. Но тогда и второе число тоже нечётное, так как сумма его с первым (нечётным) числом - чётная.

Итак, первые три числа в ряду нечётные. Но тогда четвёртое число тоже нечётное, так как сумма





третьего и четвёртого чётная, а третье число нечётное. Аналогично получаем, что и пятое число нечётное, и шестое, и так далее до последнего числа. Заметим, что в этом случае все условия задачи выполняются. Получается, что все числа в ряду нечётные, то есть на листе 0 чётных чисел.)

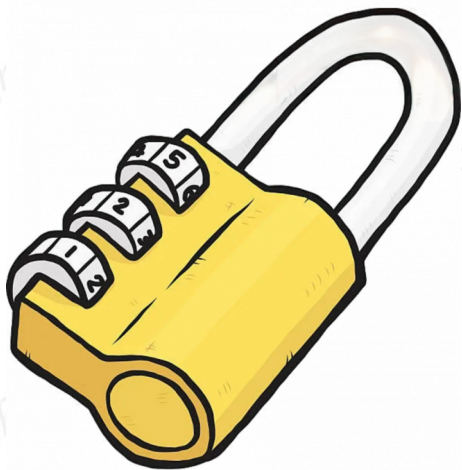
4. Красные, зелёные и голубые автобусы приезжают на остановку каждые 2, 3 и 5 минут соответственно. Сколько раз с 12:00 до 17:30 автобусы всех трёх цветов приезжали одновременно на остановку, если в 14:18 все три автобуса стояли на остановке?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 11. (Все три автобуса приезжают на остановку каждые $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ минут. Если они были одновременно на остановке в 14:18, то до этого они приезжали вместе в 13:48, 13:18, 12:48, 12:18, а после - в 14:48, 15:18, 15:48, 16:18, 16:48, 17:18. Всего 11 раз.)

5. У ПрограМиши есть кодовый замок с тремя колёсиками, которые вращаются в любую сторону. Цифры на каждом колёсике идут от 0 до 9, далее после 9 снова 0. Сейчас на замке выставлено число 521. За какое наименьшее число щелчков можно получить число 987?

Замечание: Один щелчок - это один переход к соседней цифре на одном из колёсиков. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 12. (Если крутить первое колёсико от 5 до 9, то в одну сторону нужно будет сделать 4 щелчка (на 6, на 7, на 8, на 9), а в другую 6 щелчков (на 4, на 3, на 2, на 1, на 0, на 9).

Второе колёсико прокрутить от 2 до 8 можно за 6 щелчков в одну сторону (на 3, на 4, на 5, на 6, на 7, на 8) или за 4 щелчка в другую (на 1, на 0, на 9, на 8).

На третьем колёсике из 1 получить 7 можно за 6 щелчков (на 2, на 3, на 4, на 5, на 6, на 7) или за 4 щелчка (на 0, на 9, на 8, на 7).



Минимальное количество щелчков равно $4+4+4=12$.)

6. Весёлые тролли очень любят обниматься. Как-то раз Цветан, Пушистик, Ручеёк и Кроха собрались у Розочки в гостях. Всего за вечер было 12 объятий. Цветан обнялся ровно 3 раза. Пушистик, Ручеёк и Кроха тоже обнялись ровно по 3 раза каждый. Сколько раз обнялась Розочка?

Замечание: Объятие двух троллей - это одно объятие. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 12. (В каждом объятии участвуют 2 тролля. Так как за вечер было 12 объятий, то все тролли в сумме должны были участвовать в объятиях 12 раз по 2, то есть 24 раза. Из условия мы знаем, что Цветан, Пушистик, Ручеёк и Кроха обнимались по 3 раза, то есть в сумме $3+3+3+3=12$ раз. Значит, Розочка обнималась ещё $24-12=12$ раз.)

7. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. В баскетбольной команде на этом острове всегда ровно 5 игроков. Перед игрой всем игрокам одной команды выдали номера от 1 до 5, которые игроки закрепили на футболках. Известно, что игроки с нечётными номерами - рыцари, а с чётными - лжецы. После игры каждый из них сказал: "Я попал мячом в корзину столько раз, какой номер у меня на футболке". Всего у этой команды было ровно 14 попаданий за игру. Сколько раз попал в корзину игрок №4, если известно, что у него было больше попаданий, чем у №2?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 5. (Так как игроки с нечётными номерами (1, 3, и 5) - рыцари, то они действительно попали в корзину столько раз, сколько написано на их футболках. А в сумме у них было $1+3+5=9$ попаданий. Значит, у игроков №2 и №4 в сумме было $14-9=5$ попаданий. При этом у №2 попаданий было меньше, чем у №4. Перечислим все способы, как может получиться сумма 5. При этом первое слагаемое - это будут попадания №2, а второе - попадания №4 (то есть первое слагаемое будет меньше второго):

$$5=0+5;$$

$$5=1+4;$$

$$5=2+3.$$

Но во втором варианте $5=1+4$ получается, что у №4 ровно 4 попадания, то есть количество попаданий совпадает с номером на футболке. Но он лжец, то есть такого не может быть.

В последнем случае $5=2+3$ слова №2 окажутся правдой. Но он тоже лжец, то есть такое тоже невозможно.





Остаётся только вариант $5=0+5$, то есть у №2 было 0 попаданий, а у №4 - 5 попаданий. Это вариант удовлетворяет всем условиям задачи.)

8. Большой куб составлен из маленьких одинаковых кубиков. При этом маленьких кубиков, которые касаются других кубиков ровно 4-мя гранями, 72 штуки. Из сколько маленьких кубиков состоит большой куб?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 512. (Маленькие кубики, из которых составлен большой куб, могут находиться на поверхности - на углах, вдоль рёбер, на гранях - или в глубине.

Кубики, которые находятся в глубине, касаются других кубиков всеми 6-ю своими гранями.

Кубики, которые находятся на поверхности в углах, касаются других кубиков только 3-мя гранями.

Кубики, которые находятся на гранях (на поверхности, но не на ребрах и не в углах), касаются других 5-ю гранями.

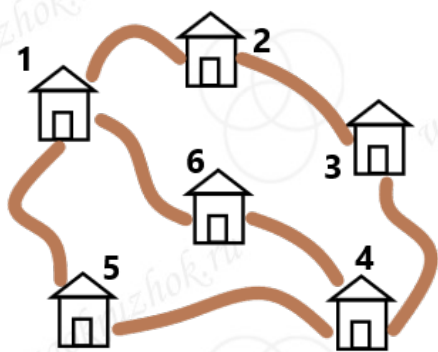
*А кубики на поверхности вдоль рёбер (но не в углах) касаются других кубиков 4-мя гранями. Всего рёбер у большого куба 12. Поэтому, так как таких кубиков всего 72, то получается, что вдоль каждого ребра по $72:12=6$ таких кубиков. Но так как ребро состоит ещё и из двух угловых кубиков, то полный размер ребра - $6+2=8$ кубиков. Получается, что ребро большого куба состоит из 8-ми кубиков. Значит, весь куб состоит из $8*8*8=512$ маленьких кубиков.)*

9. В деревне Залесье всего 6 домов. Некоторые дома соединены друг с другом дорожками. У жителей есть краски 3 цветов: красная, синяя и зелёная. Жители хотят покрасить дома так, чтобы каждый дом был какого-то одного цвета и никакие два дома, между которыми есть дорожка, не были одинакового цвета. Сколькими способами жители могут покрасить дома?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 42. (Для удобства пронумеруем домики:



Начнём окрашивание домиков с дома №1. Его можно покрасить 3-мя способами. Домик №4 тоже можно покрасить 3-мя способами.

Рассмотрим два случая.

Если домики №1 и №4 одного цвета (3 варианта), то для каждого из этих способов есть по 2 способа покрасить дома №5 и №6, а также 2 способа покрасить домики №2 и №3. Итого $3 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ способа.

Если дома №1 и №4 разных цветов ($3 \cdot 2 = 6$ вариантов), то в каждом из этих вариантов дома №5 и №6 можно покрасить единственным образом (оставшимся цветом), а дома №2 и №3 тремя способами. Итого $6 \cdot 1 \cdot 3 = 18$ способов.

Итого получается $24 + 18 = 42$ способа.)

10. У МатеМаши есть 10 карточек, на каждой из которых по четыре цифры. МатеМаша разбила все карточки на 5 пар так, что в каждой паре на карточках ровно одна общая цифра. С какой из карточек могла оказаться в паре карточка К?

- А;
- Б;
- В;
- Г;
- Д;
- Е;
- Ж;
- З;
- И.

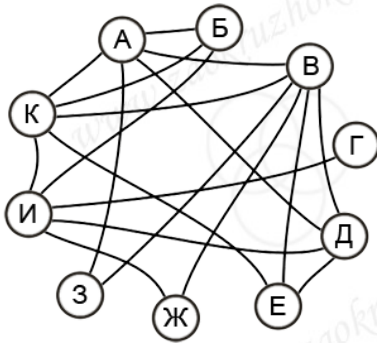




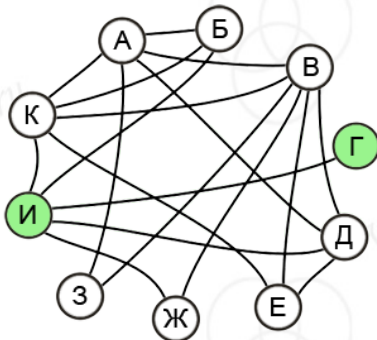
А	Б	В	Г	Д
2 8	4 7	8 6	8 7	0 7
9 4	6 5	7 5	1 4	3 4

Е	Ж	З	И	К
6 1	7 4	0 4	6 0	0 1
4 9	1 9	1 7	9 8	7 2

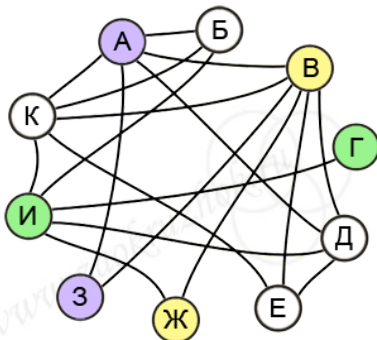
Ответ: Б. (Соединим линиями те карточки, на которых ровно одна общая цифра, то есть которые можно объединить в пары:



На схеме видно, что карточка Г может быть в паре только с карточкой И - отложим эту пару.



Теперь получается, что для карточки Ж, которая могла быть в паре с В или с И, остаётся только один вариант пары - карточка В. И тогда пара для З - это только А.





**ЗАОЧНЫЙ КРУЖОК
по математике**
при Санкт-Петербургском Губернаторском
физико-математическом лицее №30



Заключительная_Олимпиада
а - 4 класс



Остались только карточки Б, Д, Е и К. Из них получаются только пары Д-Е и Б-К.)

