



Заключительная_Олимпиада - 2 класс - решения

1. В санатории "Райский уголок" на полдник дают или морс, или компот, а в некоторые дни есть и то, и другое на выбор. Программа и Матемаша одновременно отдыхали в этом санатории 10 дней. Программа больше любит морс, он смог пить его 4 дня за время отдыха. При этом 2 дня были и морс, и компот. А Матемаша больше любит компот. Сколько за время отдыха было дней, когда Матемаша могла пить компот?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 8. (Из 10-ти дней 2 дня были и компот, и морс на выбор. А 4 дня Программа мог выбрать морс. Значит, остальные $10-4=6$ дней был только компот. Значит, всего дней, когда Матемаша могла пить компот, было $2+6=8$.)

2. Вдоль края прямой аллеи установлено 5 скамеек. Длина каждой скамейки 2 метра, а расстояние от конца одной скамейки до начала следующей - 7 метров. На самое начало первой скамейки села муха, а на самый конец последней сел комар. Какое расстояние между мухой и комаром?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

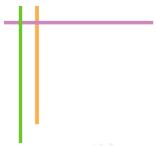
Ответ: 38. (Расстояние между мухой и комаром - это длины 5-ти скамеек ($2+2+2+2+2=10$ метров) и 4 промежутка между этими скамейками ($7+7+7+7=28$ метров). Значит, между мухой и комаром $10+28=38$ метров.)

3. Матемаша выписала все двузначные числа, у которых цифра в разряде единиц на 4 больше цифры в разряде десятков. Затем она расположила эти числа в порядке возрастания, выбрала из них первое, третье и пятое число и сложила их. Какое число получилось в ответе?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 111. (Двузначные числа, которые выписала Матемаша: 15, 26, 37, 48, 59. Значит, Матемаша получила сумму $15+37+59=111$.)

4. Каждые 2 минуты на остановку приезжает красный автобус, а каждые 3 минуты - зелёный автобус. Сколько раз с 12:00 до 12:30 автобусы обоих цветов приезжали одновременно на остановку, если в 12:07 оба автобуса стояли на остановке?

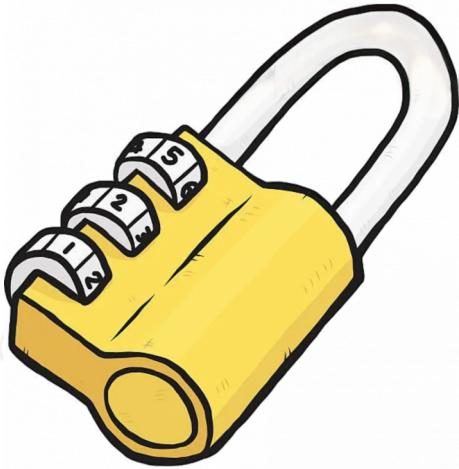


Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 5. (Если и красный, и зелёный автобус одновременно приехали на остановку, то красный автобус снова туда приедет через 2, 4, 6, 8 минут и так далее, а зелёный - через 3, 6, 9 минут и так далее. Значит, оба одновременно они снова будут на остановке через 6 минут. Получается, что одновременно два автобуса приезжают на остановку каждые 6 минут. Значит, если оба автобуса были на остановке в 12:07, то в период с 12:00 до 12:30 они там были одновременно в 12:01, 12:07, 12:13, 12:19, 12:25 - всего 5 раз.)

5. У ПрогрАмиши есть кодовый замок с тремя колёсиками, которые вращаются в любую сторону. Цифры на каждом колёсике идут от 0 до 9, далее после 9 снова 0. Сейчас на замке выставлено число 521. За какое наименьшее число щелчков можно получить число 987?

Замечание: Один щелчок - это один переход к соседней цифре на одном из колёсиков. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



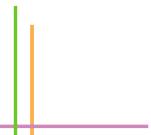
Ответ: 12. (Если крутить первое колёсико от 5 до 9, то в одну сторону нужно будет сделать 4 щелчка (на 6, на 7, на 8, на 9), а в другую 6 щелчков (на 4, на 3, на 2, на 1, на 0, на 9).)

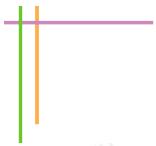
Второе колёсико прокрутить от 2 до 8 можно за 6 щелчков в одну сторону (на 3, на 4, на 5, на 6, на 7, на 8) или за 4 щелчка в другую (на 1, на 0, на 9, на 8).

На третьем колёсике из 1 получить 7 можно за 6 щелчков (на 2, на 3, на 4, на 5, на 6, на 7) или за 4 щелчка (на 0, на 9, на 8, на 7).

Минимальное количество щелчков равно $4+4+4=12$.)

6. Весёлые тролли очень любят обниматься. Как-то раз Цветан, Пушистик, Ручеёк и Кроха собрались у Розочки в гостях. Всего за вечер было 12 объятий. Цветан обнялся ровно 3 раза. Пушистик, Ручеёк и Кроха тоже обнялись ровно по 3 раза каждый. Сколько раз обнялась Розочка?





Замечание: Объятие двух троллей - это одно объятие. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 12. (В каждом объятии участвуют 2 тролля. Так как за вечер было 12 объятий, то все тролли в сумме должны были участвовать в объятиях 12 раз по 2, то есть 24 раза. Из условия мы знаем, что Цветан, Пушистик, Ручеёк и Кроха обнимались по 3 раза, то есть в сумме $3+3+3+3=12$ раз. Значит, Розочка обнималась ещё $24-12=12$ раз.)

7. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. В баскетбольной команде на этом острове всегда ровно 5 игроков. Перед игрой всем игрокам одной команды выдали номера от 1 до 5, которые игроки закрепили на футболках. Известно, что игроки с нечётными номерами - рыцари, а с чётными - лжецы. После игры каждый из них сказал: "Я попал мячом в корзину столько раз, какой номер у меня на футболке". Всего у этой команды было ровно 14 попаданий за игру. Сколько раз попал в корзину игрок №4, если известно, что у него было больше попаданий, чем у №2?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 5. (Так как игроки с нечётными номерами (1, 3, и 5) - рыцари, то они действительно попали в корзину столько раз, сколько написано на их футболках. А в сумме у них было $1+3+5=9$ попаданий. Значит, у игроков №2 и №4 в сумме было $14-9=5$ попаданий. При этом у №2 попаданий было меньше, чем у №4. Перечислим все способы, как может получиться сумма 5. При этом первое слагаемое - это будут попадания №2, а второе - попадания №4 (то есть первое слагаемое будет меньше второго):

$$5=0+5;$$

$$5=1+4;$$

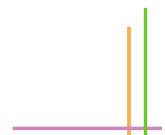
$$5=2+3.$$

Но во втором варианте $5=1+4$ получается, что у №4 ровно 4 попадания, то есть количество попаданий совпадает с номером на футболке. Но он лжец, то есть такого не может быть.

В последнем случае $5=2+3$ слова №2 окажутся правдой. Но он тоже лжец, то есть такое тоже невозможно.

Остаётся только вариант $5=0+5$, то есть у №2 было 0 попаданий, а у №4 - 5 попаданий. Это вариант удовлетворяет всем условиям задачи.)

8. Большой куб составлен из маленьких одинаковых кубиков. При этом маленьких кубиков, которые касаются других кубиков ровно 4-мя гранями, 12 штук. Из скольких маленьких кубиков состоит большой куб?





Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 27. (Маленькие кубики, из которых составлен большой куб, могут находиться на поверхности - на углах, вдоль рёбер, на гранях - или в глубине.

Кубики, которые находятся в глубине, касаются других кубиков всеми 6-ю своими гранями.

Кубики, которые находятся на поверхности в углах, касаются других кубиков только 3-мя гранями.

Кубики, которые находятся на гранях (на поверхности, но не на ребрах и не в углах), касаются других 5-ю гранями.

А кубики на поверхности вдоль рёбер (но не в углах) касаются других кубиков 4-мя гранями. Всего рёбер у большого куба 12. Поэтому, так как таких кубиков всего 12, то получается, что вдоль каждого ребра по 1 такому кубику. Но так как ребро состоит ещё и из двух угловых кубиков, то полный размер ребра - $1+2=3$ кубика. Получается, что ребро большого куба состоит из 3-х кубиков. Значит, весь куб состоит 3-х "этажей" по $3+3+3=9$ кубиков, то есть из $9+9+9=27$ маленьких кубиков.)

9. У Программиши есть два игральных кубика с числами 1, 2, 3, 4, 5, 6 на гранях. Причём числа на обоих кубиках расположены так, что сумма чисел на противоположных гранях равна 7. Программиша склеил эти два кубика какими-то двумя гранями, а потом 4 раза бросил эту конструкцию. Все 4 раза она упала двойной гранью вверх. В первый раз сумма двух верхних чисел была равна 5, второй раз - 6, третий раз - 9. В четвёртый раз сумма отличалась от всех предыдущих. Чему она была равна?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 8. (У конструкции, полученной склеиванием двух кубиков, ровно 4 двойных грани. Поскольку за 4 броска выпадали разные суммы, то каждая из двойных граней выпала ровно по одному разу.

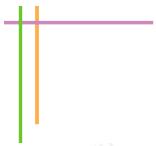
Значит, в общую сумму всех выпавших чисел за все 4 броска войдут все числа на двойных гранях - это числа на всех гранях исходных кубиков, кроме чисел на склеенных гранях и противоположных им.

Общая сумма чисел на одном исходном кубике равна $1+2+3+4+5+6=21$. Поскольку суммы чисел на противоположных гранях кубиков везде равны 7, то сумма чисел на склеенной грани первого кубика и противоположной ей равна 7. Значит, сумма остальных четырёх чисел первого кубика равна $21-7=14$.

На втором кубике сумма чисел на всех гранях, кроме склеенной и противоположной ей, тоже равна $21-7=14$.

Значит, общая сумма всех выпавших за 4 броска чисел равна $14+14=28$.

За первые три броска в сумме выпало $5+6+9=20$ очков. Значит, в последнем броске выпало



28-20=8 очков.)

10. У МатеМаши есть 10 карточек, на каждой из которых по четыре цифры. МатеМаша разбила все карточки на 5 пар так, что в каждой паре на карточках ровно одна общая цифра. С какой из карточек могла оказаться в паре карточка К?

- А;
- Б;
- В;
- Г;
- Д;
- Е;
- Ж;
- З;
- И.

A
2 8
9 4

Б
4 7
6 5

В
8 6
7 5

Г
8 7
1 4

Д
0 7
3 4

E
6 1
4 9

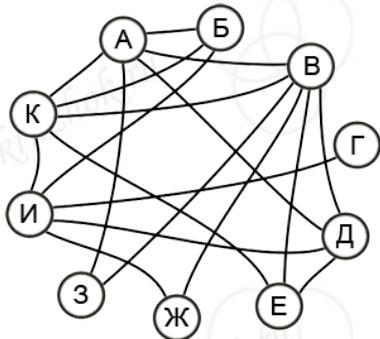
Ж
7 4
1 9

З
0 4
1 7

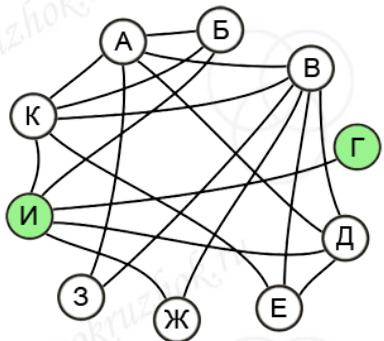
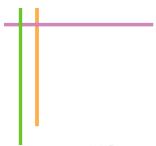
И
6 0
9 8

К
0 1
7 2

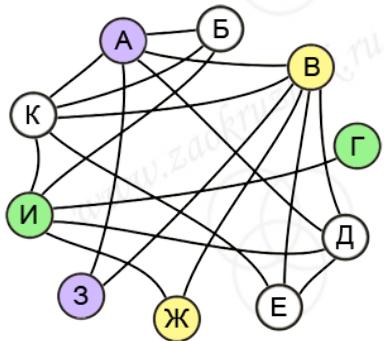
Ответ: Б. (Соединим линиями те карточки, на которых ровно одна общая цифра, то есть которые можно объединить в пары:



На схеме видно, что карточка Г может быть в паре только с карточкой И - отложим эту пару.



Теперь получается, что для карточки Ж, которая могла быть в паре с В или с И, остаётся только один вариант пары - карточка В. И тогда пара для 3 - это только А.



Остались только карточки Б, Д, Е и К. Из них получаются только пары Д-Е и Б-К.)