



Биатлон - Группа 6+ - решения

1. Оля, Женя и Витя весь год сдавали вторсырье в обмен на зелёные баллы. Оля сдала 67 кг макулатуры, 25 кг пластика и 30 кг стекла. Женя сдала 54 кг макулатуры, 36 кг пластика и 10 кг стекла. Витя сдал 59 кг макулатуры, 30 кг пластика и 32 кг стекла. За килограмм макулатуры даётся 5 зелёных баллов, за килограмм пластика - 9 зелёных баллов, а за килограмм стекла - 2 зелёных балла. Оказалось, что один из ребят заработал больше зелёных баллов, чем другие. Сколько?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 629. (Оля заработала $67 \cdot 5 + 25 \cdot 9 + 30 \cdot 2 = 335 + 225 + 60 = 620$ зелёных баллов. Женя заработала $54 \cdot 5 + 36 \cdot 9 + 10 \cdot 2 = 270 + 324 + 20 = 614$ зелёных баллов. Витя заработал $59 \cdot 5 + 30 \cdot 9 + 32 \cdot 2 = 295 + 270 + 64 = 629$.

Получается, что Витя заработал больше всех зелёных баллов - 629.)

2. Отгадайте ребус и узнайте, какое растение получила МатеМаша за зелёные баллы.

Замечание: В ответе укажите только слово.



Ответ: МОЖЖЕВЬЛЬНИК. (МОРЖ с буквой Ж вместо Р - МОЖЖ, далее "Е в Е", далее УГОЛЬНИК без первых 3-х букв - получается МОЖЖ-ЕВЬ-ЛЬНИК.)

3. У МатеМаши во дворе есть 3 прямоугольных лужайки: 5 метров на 4 метра, 3 метра на 6 метров и 8 метров на 2 метра. МатеМаша хочет посадить по периметру одной из лужаек розовые кусты: по одному кусту в каждом углу и через каждые 50 сантиметров вдоль края лужайки. Она выбрала такую лужайку, чтобы кустов было больше всего. Сколько кустов посадила МатеМаша?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 40. (Периметр лужайки 5x4 равен $5+5+4+4=18$ метров. Периметр лужайки 3x6 равен $3+3+6+6=18$ метров. Периметр лужайки 8x2 равен $8+8+2+2=20$ метров. Значит, больше всего кустов можно посадить вокруг последней лужайки. Поскольку МатеМаша сажает кусты через каждые 50 см, а $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$, то всего получится $20 \cdot 2 = 40$ кустов.)



4. Однажды весной МатеМаша решила посеять рассаду бархатцев. Она посмотрела, что по лунному календарю благоприятные дни для посева бархатцев - 4-е и 21-е апреля, а также 1-е и 5-е мая. МатеМаша заметила, что один из этих дней приходится на четверг, другой - на пятницу, а два оставшихся - на один и тот же день недели. На какой?

- Понедельник;
- вторник;
- среда;
- четверг;
- пятница;
- суббота;
- воскресенье.

Ответ: понедельник. (Посчитаем, сколько дней проходит от одной даты до другой:

с 4 апреля до 21 апреля - $21-4=17$ дней,

с 4 апреля до 1 мая - $(30-4)+1=27$ дней,

с 4 апреля до 5 мая - $27+4=31$ день;

с 21 апреля до 1 мая - $(30-21)+1=10$ дней,

с 21 апреля до 5 мая - $10+4=14$ дней;

с 1 мая до 5 мая - $5-1=4$ дня.

*Только от 21-го апреля до 5-го мая проходит целое число недель - $14=7*2$ дней, то есть ровно 2 недели. Значит, 21-е апреля и 5-е мая приходятся на один и тот же день недели, а 4-е апреля и 1 мая - это четверг и пятница.*

Если 4 апреля - четверг, то 1 мая приходится на среду - не подходит. А если 4 апреля - пятница, то 1-е мая как раз приходится на четверг. Значит, 4-е апреля - пятница, 1 мая - четверг, а 21-е апреля и 5-е мая тогда приходятся на понедельник.)

5. Наташа, Гриша, Даша и Саша сдали крышки в «Круг жизни». Оказалось, что Саша сдал на 15 крышек больше, чем Гриша, и в 3 раза больше, чем Даша,. А Наташа сдала в 2 раза больше Даши и на 9 больше Гриши. Сколько всего крышек сдали ребята вместе?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 39. (Обозначим количество сданных крышек каждым из ребят первыми буквами их имён.

Запишем теперь все условия задачи:

$$C=G+15;$$

$$C=3*D;$$

$$N=2*D;$$

$$N=G+9.$$





Так как Саша сдал на 15 крышек больше Гриши, а Наташа - на 9 крышек больше Гриши, то Саша сдал на 6 крышек больше, чем Наташа. Но при этом $C=3 \cdot D$, а $H=2 \cdot D$. Значит, эта разница в 6 крышек - это D , то есть $D=6$.

Получаем, что $C=3 \cdot 6=18$, $H=2 \cdot 6=12$, $G=H-9=12-9=3$. А всего ребята сдали $18+12+6+3=39$ крышек.)

6. В 4 "А" прошло соревнование по сбору макулатуры. Первые пять мест по количеству макулатуры заняли Аня, Боря, Вася, Гена и Диана. Все ребята сдали разное количество макулатуры. Когда у них спросили, кто из них какое место занял, они дали следующие ответы.

Аня: Боря занял 2-е место. Я - 3-е.

Боря: Я занял 2-е место. Диана - 4-е;

Вася: Я сдал больше всех макулатуры. Гена занял 2-е место.

Гена: Я занял 3-е место. Вася собрал меньше всех макулатуры.

Диана: Я заняла 4-е место. Аня - 1-е.

Оказалось, что каждый сказал одну правду и один раз ошибся. Выберите, где перечислены имена ребят в порядке возрастания номера места (от первого к последнему).

- (1) Аня, Боря, Вася, Гена, Диана;
- (2) Аня, Боря, Диана, Гена, Вася;
- (3) Боря, Гена, Аня, Диана, Вася;
- (4) Боря, Гена, Вася, Диана, Аня;
- (5) Вася, Боря, Гена, Диана, Аня;
- (6) Вася, Гена, Аня, Диана, Боря;
- (7) Гена, Боря, Диана, Аня, Вася;
- (8) Диана, Боря, Гена, Вася, Аня;
- (9) другой порядок.

Ответ: (3) Боря, Гена, Аня, Диана, Вася. (Рассмотрим утверждения Ани и Бори. Они оба сказали, что Боря занял 2-е место. Предположим, что это правда. Тогда другие их утверждения - ложь. То есть Диана заняла не 4-е место. Значит, утверждение Дианы про Аню правдиво - Аня заняла 1-е место. Тогда Вася не мог сдать больше всех макулатуры, то есть первое его утверждение ложно. Но и второе его утверждение не может быть правдой, так как 2-е место занял Боря. Получили противоречие.

Значит, Боря занял не 2-е место. Это значит, что Аня заняла 3-е место (из Аниного утверждения), а Диана - 4-е (из Бориного утверждения).

Тогда Гена не мог занять 3-е место, то есть его первое утверждение ложно. Значит, его утверждение про Васю истинно - Вася занял 5-е место.

Значит, Васиное первое утверждение ложно, а второе истинно, то есть Гена занял 2-е место.

Таким образом, мы определили, что Гена - 2-й, Аня - 3-я, Диана - 4-я, Вася - 5-й. Остается только Боря - он занял 1-е место. Итого, правильный порядок ребят по увеличению номера места: Боря,



Гена, Аня, Диана, Вася.)

7. За 65 зелёных баллов можно получить 1 лапчатку, 2 брусники и 3 папоротника. За 137 баллов - 4 лапчатки, 5 брусник и 6 папоротников. На сколько баллов больше стоит папоротник, чем лапчатка?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 17. (Обозначим Л - стоимость лапчатки (в зелёных баллах), Б - брусники, П - папоротника.

По условию, $Л+2Б+3П=65$, а $4Л+5Б+6П=137$. Заметим, что

$4Л+5Б+6П=(Л+2Б+3П)+(3Л+3Б+3П)=65+(3Л+3Б+3П)=137$.

Значит, $3Л+3Б+3П=137-65=72$. Тогда $Л+Б+П=72:3=24$.

Теперь получаем, что $Б=24-Л-П$. Тогда заменим в первом равенстве 2Б на $48-2Л-2П$:

$Л+(48-2Л-2П)+3П=65$.

Значит, $П+48-Л=65$, откуда получаем, что $П-Л=65-48=17$. То есть папоротник стоит на 17 баллов больше лапчатки.)

8. ПрограМиша с МатеМашей сажают саженцы. В день они могут посадить не более 10-ти саженцев, причём если в какой-то день было посажено более 6-ти саженцев, то в следующие 3 дня они сажают не более 4-х саженцев в день. Какое наибольшее количество саженцев удастся посадить ПрограМише с МатеМашей за 20 дней?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 124. (Запишем в ряд через запятую, сколько саженцев было посажено в каждый из дней.

Предположим, что получился такой ряд, в котором сумма чисел наибольшая возможная (будем такой ряд называть максимальным).

В максимальном ряду не может быть чисел 7, 8, 9 - любое такое число больше 6, поэтому после него действует ограничение "3 дня не более 4-х саженцев в день". Значит, если числа 7, 8 и 9 везде заменить на 10 (а остальные числа оставить без изменений), то все условия задачи по-прежнему будут выполняться, а общая сумма увеличится. Но у нас был ряд с наибольшей возможной суммой. Значит, чисел 7, 8, и 9 в максимальном ряду нет.

По тем же причинам в максимальном ряду не может быть чисел 1, 2, 3 - их все можно заменить на 4, никакие условия не нарушатся, а сумма увеличится.

Число 5 тоже в ряду быть не может - оно больше 4-х, поэтому не может быть в три дня после 10, значит, его можно было бы заменить на 6, не нарушая условий, и тоже увеличить сумму.

Число 4 может быть в максимальном ряду только три раза после 10 - в остальных местах его можно без нарушения условий заменить на 6 и увеличить общую сумму.

Итак, максимальный ряд может состоять только из чисел 4, 6 и 10, причём число 4 может быть только после числа 10.





Посмотрим, может ли в максимальном ряду быть комбинация 10,4,4,4. Заметим, что $10+4+4+4=22$. Значит, если 10,4,4,4 заменить на 6,6,6,6 - условия не нарушатся, а $6+6+6+6=24$, то есть общая сумма увеличится. А так как ряд максимальный, то в нём нельзя увеличить сумму, то есть таких комбинаций нет.

Значит, число 10 не может быть в максимальном ряду ни на каком месте с 1-го до 17-го - иначе после него обязательно должны идти 4,4,4, а комбинацию 10,4,4,4 можно заменить на 6,6,6,6 и увеличить сумму.

Значит, первые 17 чисел в максимальном ряду - шестёрки. А максимальная сумма на последних трёх местах будет в случае, если там стоит 6,6,10 - у любой из комбинаций (6,6,6), (6,10,4) и (10,4,4) сумма меньше.

Итак, максимальный ряд - это ряд 6,6,6,...,6,6,10 (19 шестёрок и число 10). И в этом случае сумма всех чисел $6 \cdot 19 + 10 = 124$, то есть максимально ПрограМиша и МатеМаша могли посадить 124 саженца.)

9. В лесу живут Леший и Кикимора. Они хоть и злые, но природу любят и берегут, поэтому собирают в лесу мусор и регулярно сдают макулатуру и пластик. Оба сдают и макулатуру, и пластик раз в неделю, по определённым дням: Кикимора сдаёт макулатуру по средам, а Леший - по субботам. А пластик они сдают в один и тот же день недели. Также известно, что каждый из них в некоторые дни недели целый день лжёт, а в остальные дни говорит только правду. Известно, что Леший точно лжёт по субботам, говорит правду по средам и пятницам, а про остальные дни никто не знает. А про Кикимору известно, что она лжёт по пятницам, говорит правду по четвергам и субботам, а про остальные дни тоже неизвестно. Ещё известно, что по вторникам они ведут себя одинаково. Однажды они сделали следующие заявления.

Леший: «Я сдавал макулатуру вчера или позавчера».

Кикимора: «А я буду сдавать макулатуру завтра или послезавтра».

Леший: «А я позавчера сдавал пластик».

Кикимора: «А я пластик сдала сегодня».

В какой день недели Леший и Кикимора сдают пластик?

- В понедельник;
- во вторник;
- в среду;
- в четверг;
- в пятницу;
- в субботу;
- в воскресенье.

Ответ: в пятницу. (Рассмотрим пока только два первых утверждения в разговоре - о сдаче макулатуры. Мы знаем, что на самом деле Кикимора сдала макулатуру в среду, а Леший - в





субботу. Значит, мы можем определить, в какие дни эти фразы были истинными, а в какие - ложными. Составим таблицу:

	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
Леший	истина	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	истина
Кикимора	истина	истина	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь

Теперь определим, в какой же день мог быть этот разговор.

Разговор не мог быть в среду и в пятницу, потому что в эти дни Леший говорит правду, а по таблице получается, что в эти дни его первая фраза ложная.

Разговор не мог быть во вторник и в четверг - в эти дни Кикимора должна говорить правду, а её фраза в эти дни оказалось бы ложной.

Исключим эти дни:

	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
Леший	истина	ложь	<u>ложь</u>	ложь	<u>ложь</u>	ложь	истина
Кикимора	истина	истина	ложь	<u>ложь</u>	ложь	<u>ложь</u>	ложь

Остались "под подозрением" понедельник, вторник и воскресенье.

Заметим, что две последние фразы в разговоре противоречат друг другу - известно, что пластик Леший и Кикимора сдавали в один день, а они утверждают, что в разные. Значит, разговор не мог быть в такой день, когда оба говорят правду. По таблице видим, что такой день - понедельник, его тоже можно исключить.

Разговор не мог быть и во вторник - про вторник известно, что в этот день Леший и Кикимора ведут себя одинаково, а по таблице видно, что в этот день у Лешего первая фраза была бы ложной, а у Кикиморы - истинной.

Исключим понедельник и вторник:

	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
Леший	истина	ложь	<u>ложь</u>	ложь	<u>ложь</u>	ложь	истина
Кикимора	истина	истина	ложь	<u>ложь</u>	ложь	<u>ложь</u>	ложь

Итак, осталось только воскресенье. В воскресенье такой разговор мог быть, условиям задачи это не противоречит.

Итак, по таблице получаем, что в воскресенье Леший говорит правду, а Кикимора лжёт. Значит, про сдачу пластика утверждение Лешего было истинным - он действительно сдавал его "позавчера", то есть в пятницу. Значит, и Кикимора сдавала пластик в пятницу, так как они сдавали его в один день.)

10. ПрограМиша и МатеМаша пришли в пункт выдачи саженцев, чтобы получить саженцы за зелёные баллы. В пункте выдачи есть в наличии не менее пяти видов саженцев (каждого вида - по





одному или несколько саженцев). Саженцы разных видов стоят разное количество зелёных баллов, а саженцы одного вида - одинаковое. Оказалось, что какие бы два саженца ни выбрала себе МатеМаша, ПрограМиша всегда сможет из оставшихся саженцев выбрать себе тоже два саженца, потратив столько же зелёных баллов. Какое наименьшее количество саженцев могло быть в пункте выдачи?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 13. (Назовём самый дешёвый вид саженцев А. Следующий по стоимости вид назовём Б. Столько же, сколько стоят вместе саженец вида А и саженец вида Б, может стоять только пара саженцев тех же видов (два саженца вида А стоят меньше, а любые другие комбинации стоят больше). Поэтому должно быть хотя бы по два саженца видов А и Б - если МатеМаша выберет такую пару, ПрограМиша тоже может выбрать пару этих же двух видов.

Значит, саженцев вида А точно не меньше двух. А значит, их должно быть минимум 4 - если МатеМаша выберет два саженца вида А, ПрограМиша сможет сделать равный по стоимости выбор, только если тоже выберет два саженца А.

Итак, саженцев самого дешёвого вида должно быть не менее 4-х, а следующего по стоимости вида - не менее 2-х.

Такие же рассуждения можно провести и для самого дорогого вида (назовём его В) и предыдущего по стоимости вида (назовём его Г). Получим, что должно быть как минимум 4 саженца В и хотя бы два саженца Г.

Но пока мы рассмотрели только 4 вида саженцев: два самых дорогих вида и два самых дешёвых. Этим саженцев в сумме должно быть не менее, чем $4+2+2+4=12$. Но в условии сказано, что есть саженцы хотя бы пяти видов. Значит, должен быть ещё хотя бы один вид по стоимости между Б и Г. И этого вида должен быть минимум 1 саженец.

Таким образом, всего саженцев не меньше, чем $4+4+2+2+1=13$.

Приведём пример 13-ти саженцев подходящих видов и стоимости: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5 и 5 баллов. Действительно, в этом случае все условия выполняются: всего 5 видов, и для каждой пары саженцев найдётся ещё одна пара такой же стоимости. Покажем это. Нужно показать, что для каждой пары есть равноценная пара. Чтобы не пропустить ни одной пары, будем перечислять их в определенном порядке:

Для пар 1+1 и 1+2 найдутся пары этих же видов. Паре 1+3 равноценна пара 2+2. Паре 1+4 равноценна пара 2+3. Паре 1+5 равноценна пара 2+4. Все пары со слагаемым 1 перечислены.

Пары со слагаемым 2 (без участия 1): $2+2=3+1$, $2+3=4+1$, $2+4=1+5$, $2+5=3+4$.

Пары со слагаемым 3 (без участия 1 и 2): $3+4=2+5$, $3+5=4+4$. Пару 3+3 не рассматриваем, поскольку в примере только один саженец этого вида.

Пары со слагаемым 4 (без участия 1, 2 и 3): $4+4=3+5$, $4+5=4+5$.

И осталась пара 5+5 - ей равноценна пара 5+5.)

