Заключительная_Олимпиада - 3 класс - решения

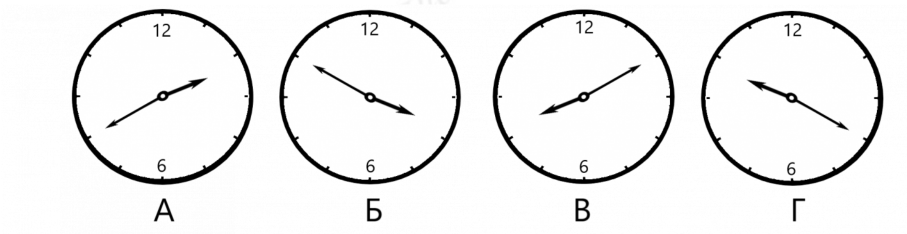
1. У МатеМаши есть 9 пустых шкатулок, 5 браслетов и 4 заколки. В 5 шкатулок она положила по одному браслету, в 4 шкатулки — по одной заколке.Оказалось, что в 3-х шкатулках лежит и заколка, и браслет. Сколько шкатулок осталось пустыми?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

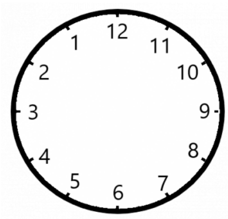
Ответ: 3. (Положим в 3 шкатулки и заколку, и браслет. Браслетов осталось 5-3=2, для них понадобится ещё 2 шкатулки. Заколок осталось 4-3=1, для неё понадобится ещё 1 шкатулка. Значит, всего заняты 3+2+1=6 шкатулок, а 9-6=3 шкатулки остались пустыми.)

2. МатеМаше подарили необычные стрелочные часы - стрелки этих часов движутся в обратную сторону. В 3:50 МатеМаша посмотрела на часы. Что она увидела?

☐ А;
☐ Б;
☐ В;
☐ Г.



Ответ: В. (Для удобства расставим числа на часах против часовой стрелки.



В 3:50 минутная стрелка должна указывать на 10, а часовая должна быть между 3 и 4 ближе к 4. Так стрелки расположены только на картинке В.)

3. У ПрограМиши было 100 кубиков. Он сложил из них один куб самого большого размера, какого было возможно. Сколько лишних кубиков осталось у ПрограМиши?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 36. (Для того, чтобы сложить куб 2x2x2 кубика, понадобится 8 кубиков. Чтобы сложить куб 3x3x3, понадобится 27 кубиков, для куба 4x4x4 нужно 64 кубика, для куба 5x5x5 - 125 кубиков. Но 125 кубиков - это больше, чем есть у ПрограМиши. Значит, самый большой куб, который ПрограМиша мог построить - это куб размером 4x4x4. И у ПрограМиши осталось 100-64=36 кубиков.)

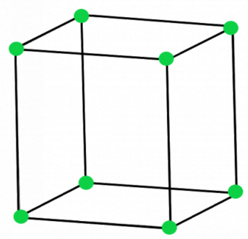
4. В феврале какого-то года четвергов было больше, чем воскресений. Какой день недели был 14-го февраля этого года?

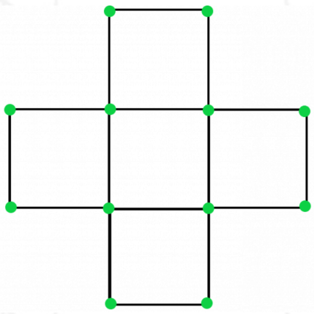
☐ Понедельник;
☐ вторник;
☐ среда;
☐ четверг;
☐ пятница;
☐ суббота;
☐ воскресенье.

Ответ: среда. (В феврале может быть 28 либо 29 дней. Если в феврале 28 дней, то есть ровно 4 недели, то всех дней недели одинаковое количество. А если дней 29, то это 4 недели и ещё один день - именно этот 1 “лишний” день и встречается чаще остальных. И это четверг, поскольку четвергов больше, чем воскресений. Значит, февраль начался с четверга и закончился четвергом. А если 1-е февраля пришлось на четверг, значит, 14-е февраля было средой.)

5. ПрограМиша мастерит кубики из спичек и шариков пластилина (как на картинке слева). Сколько спичек ему понадобится, чтобы смастерить фигурку из пяти кубиков, которая спереди выглядит так, как показано на картинке справа?

Замечание: Для каждого ребра фигурки используется только одна спичка. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



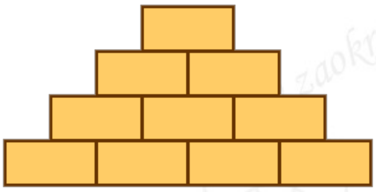


Ответ: 44. (На картинке видны 16 спичек, эти спички находятся на передней части фигурки. Столько же спичек находится на задней части фигурки. Также из каждого шарика пластилина, изображенного на картинке справа, выходит ещё одна спичка, соединяющая переднюю и *заднюю часть фигурки. Таких спичек, как и шариков пластилина, 12. Итого получается 16+16+12=44 спички.)*

6. МатеМаша нарисовала кирпичную стенку из 4-х этажей. Затем она написала на кирпичиках числа 1, 2, 4, 6, 7, 8, 11, 23, 28, 30 (по одному на каждом кирпичике, без повторений) так, что суммы чисел на этажах получились одинаковые. Какие 4 числа написаны на нижнем этаже?

Замечание: На верхнем этаже сумма состоит из одного слагаемого и равна ему.

☐ 1;
☐ 2;
☐ 4;
☐ 6;
☐ 7;
☐ 8;
☐ 11;
☐ 23;
☐ 28;
☐ 30.



Ответ: 4, 7, 8, 11. (Поскольку сумма на верхнем этаже состоит из одного слагаемого, а суммы на этажах должны быть одинаковые, то на верхнем этаже может стоять только самое большое число - 30. А значит, сумма чисел на всех этажах тоже должна быть равна 30.
Число 28 только в сумме с числом 2 даст сумму 30. Значит, числа 28 и 2 находятся на втором сверху этаже.
Из оставшихся чисел три, которые дают в сумме 30 - это только числа 1, 6 и 23.
А на нижнем этаже находятся числа 4, 7, 8 и 11.)

7. На кошачьем чемпионате в Котополисе определили победителей в номинациях “Самый пушистый”, “Самый шустрый” и “Самый ленивый”. Ими оказались коты Пушок, Снежок и Дружок. Самый пушистый кот всегда говорит правду, самый ленивый всегда лжёт, а самый шустрый может и лгать, и говорить правду. Пушок и Снежок сказали: “Я самый шустрый”. А Дружок сказал: ”Пушок пушистей самого ленивого из нас.” Кто из котов в какой номинации победил?

☐ Пушок - самый пушистый;
☐ Пушок - самый шустрый;

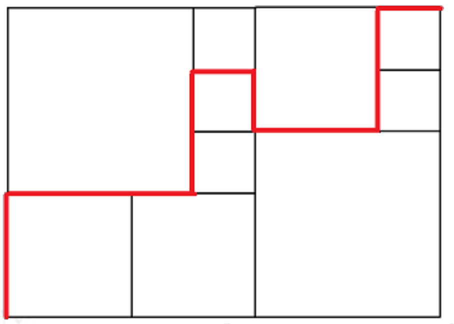
☐ Пушок - самый ленивый;
☐ Снежок - самый пушистый;
☐ Снежок - самый шустрый;
☐ Снежок - самый ленивый;
☐ Дружок - самый пушистый;
☐ Дружок - самый шустрый;
☐ Дружок - самый ленивый.

Ответ: Пушок - самый шустрый; Снежок - самый ленивый; Дружок - самый пушистый. (Самый пушистый кот всегда говорит правду, он не мог сказать “Я самый шустрый”. Значит, Пушок и Снежок не самые пушистые, а самый пушистый - Дружок.
Значит, Дружок всегда говорит правду. А Дружок сказал: “Пушок пушистей самого ленивого из нас.” Это правда, значит, Пушок не самый ленивый. Получается, что самый ленивый - Снежок, а самый шустрый - Пушок.)

8. МатеМаша зашифровала пример М+А+Т+Е+М+А+Т+И+К+А, в котором одинаковые буквы соответствуют одинаковым цифрам, а разные - разным. Какое наибольшее значение может принимать эта сумма?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 72. (Различных букв зашифровано шесть: М, А, Т, Е, И, К. Чтобы сумма получилась наибольшей, каждая буква должна принимать одно из значений 9, 8, 7, 6, 5, 4. Буква А входит в сумму 3 раза, буква М - 2 раза, Т - 2 раза, остальные буквы - по 1 разу. Значит, сумма будет наибольшей в случае, если А=9, М и Т равны 8 и 7, а буквы И, К, Е равны 6, 5, 4 (в любом порядке). Наибольшая сумма равна 9+9+9+8+8+7+7+6+5+4=72.)

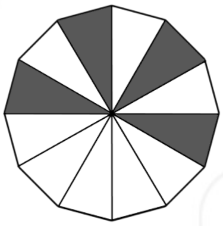
9. Прямоугольник разбит на квадраты. Внутри прямоугольника провели красную линию, длина которой равна 28 сантиметров. Сколько сантиметров составляет длина этого прямоугольника?
Замечание: Длина - это бОльшая сторона прямоугольника. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 14. (Ясно, что все маленькие квадраты одинакового размера. Будем всё считать в сторонах маленьких квадратов.
У верхнего среднего квадрата сторона равна 2-м сторонам маленького квадрата.
Сторона большого квадрата в левом верхнем углу равна 3-м сторонам маленького квадрата. А сторона большого квадрата в правом нижнем углу равна сумме длин сторон среднего и маленького квадрата, то есть 2+1=3 сторонам маленького квадрата. Получаем, что два больших квадрата одинаковые, и у обоих длины сторон - это 3 стороны маленького квадрата.
Остались средние квадраты в нижнем ряду. Они одинаковые. При этом у них сторона - это разность стороны большого квадрата и маленького квадрата, то есть 3-1=2 стороны маленького квадрата.
Получается, что все средние квадраты тоже одинаковые.
Посчитаем длину красной линии в сторонах маленького квадрата: она равна 2+3+1+1+1+1+2+1+1+1=14 длин. И эта сумма равна 28 сантиметров. Значит, сторона одного маленького квадрата - 2 см (14 раз по 2 - это 28).
А значит, длина прямоугольника равна (2+2+2)+2+(2+2)+2=14 сантиметров.)

10. ПрограМиша взял правильный двенадцатиугольник и разрезал его на 12 одинаковых треугольников. Из этих треугольников 4 он покрасил в серый цвет, а остальные оставил белыми. Теперь ПрограМиша складывает треугольники так, чтобы они снова образовали правильный двенадцатиугольник. Сколько всего различных по раскраске двенадцатиугольников может сложить ПрограМиша?

Замечание: Двенадцатиугольники, которые отличаются только поворотом, считаем одинаковыми, а симметричные друг другу - разными. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 43. (Отдельно посчитаем варианты, когда есть хотя бы 3 соседних серых треугольника. Тогда остаётся 9 вариантов, где расположить оставшийся серый треугольник. Но варианты, когда этот треугольник расположен рядом справа от трёх исходных и рядом слева, одинаковые с точностью до поворота. Поэтому различных вариантов 8.
*Теперь рассмотрим варианты, когда только два серых треугольника расположены рядом. Третий треугольник можно расположить в любом месте, но не рядом с исходными двумя треугольниками (потому что эти варианты мы уже посчитали ранее), то есть остаётся 8 вариантов. Для каждого из этих вариантов есть 7 способов расположить последний треугольник. Получается 8*7=56 способов. Но здесь мы учли каждый вариант дважды, (варианты, отличающиеся только заменой*

третьего треугольника на четвертый и четвертого на третий). То есть получается 28 вариантов. Но теперь заметим, что некоторые из этих вариантов одинаковые с точностью до поворота. Пронумеруем треугольники по кругу так, что исходные два серых треугольника имеют номера 1 и 12. Тогда положение оставшихся двух серых треугольников на местах 3, 4 - такое же как положение на местах 9, 10 с точностью до поворота. Также положение оставшихся двух серых треугольников на местах 4, 5 - такое же, как положение 8, 9 с точностью до поворота. И положение двух оставшихся сериях треугольников на местах 5, 6 - такое же, как положение 7, 8 с точностью до поворота. То есть среди 28 вариантов, 3 варианта повторяются, то есть различных вариантов 25.

Теперь будем считать только варианты, когда между серыми треугольниками есть белые треугольники. Между соседними серыми треугольниками могут быть такие количества белых треугольников (их сумма всегда должна быть 8, количество в каждом промежутке от 1 до 5):

1. 1, 1, 1, 5 (циклические перестановки “5, 1, 1, 1”, “1, 5, 1, 1” , “1, 1, 5, 1” дадут такой же двенадцатиугольник с точностью до поворота)

2. 1, 1, 2, 4 (аналогично все циклические перестановки могут быть получены поворотом)

3. 1, 1, 4, 2

4. 1, 2, 1, 4

5. 1, 1, 3, 3

6. 1, 3, 1, 3

7. 2, 2, 1, 3

8. 2, 2, 3, 1

9. 2, 3, 2, 1

10. 2, 2, 2, 2

Получается, 10 вариантов. Итого 10+25+8=43 различных двенадцатиугольников.)