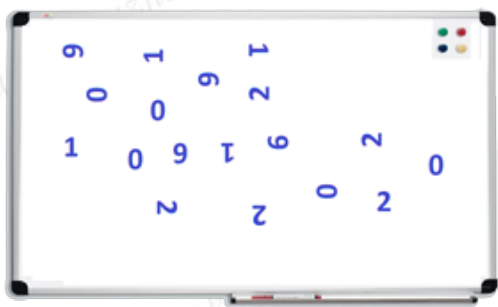




## Заключительная\_Олимпиада - 4 класс - решения

1. Учительница закрепила цифры на магнитной доске и дала задание: ребята по очереди подходят к доске и составляют из цифр число 2019. При этом они не берут цифры из уже составленных чисел. Сколько ребят смогут составить нужное число?

*В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*



*Ответ: 4. (Посчитаем, сколько цифр каждого вида висит на доске. Двойка встречается 5 раз, ноль - 5 раз, единица - 4 раза, девятка - 4 раза. Значит, число 2019 смогут составить только 4 ученика. Цифры 2 и 0 остаются лишними.)*

2. В инкубаторе было 20 яиц. Из некоторых вылупились цыплята, а из остальных — черепашки. Цыплячьих лапок оказалось вдвое больше, чем черепашьих. Сколько вылупилось цыплят?

*У цыпленка две лапки, у черепашки — четыре. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 16. (У одной черепашки лапок столько же, сколько у двух цыплят. Раз цыплячьих лапок в 2 раза больше, то самих цыплят больше в 4 раза. Действительно, чтобы цыплячьих ног было вдвое больше, нужно, чтобы на каждую черепашку (4 ноги) приходилось по 4 цыпленка (8 ног). Значит, всех вылупившихся малышей можно разделить на группы: одна черепашка и 4 цыпленка. В каждой группе 5 детёнышей, а всего было 20 яиц. Значит, таких групп будет 4. То есть всего 4 черепашки и  $4+4+4+4=16$  цыплят.*

*Значит, из 20 яиц вылупилось 16 цыплят и 4 черепашки.)*

3. Дедушка и папа учат маленького Яшу забивать гвозди. Пока дедушка забивает 5 гвоздей, папа забивает 4 гвоздя. Пока папа забивает 3 гвоздя, маленький Яша забивает 1 гвоздь. Папа и Яша посчитали, что за некоторое время вместе они забили 80 гвоздей. Сколько гвоздей за это время забил дедушка?

*В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*



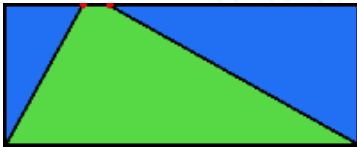


Ответ: 75. (Пока папа забивает 3 гвоздя, Яша забивает 1 гвоздь. Значит, вместе за это время они забивают 4 гвоздя. Вместе папа и Яша забили 80 гвоздей - это 20 раз по 4. Значит, папа забил 20 раз по 3, то есть 60 гвоздей. А Яша забил 20 раз по 1, то есть 20 гвоздей.

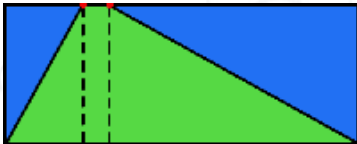
Папины 60 гвоздей - это 15 раз по 4 гвоздя. Значит, дедушка за это же время забил 15 раз по 5 гвоздей, то есть 75 гвоздей.)

4. МатеМаша начертила прямоугольник и отметила на верхней стороне две красные точки в двух случайно выбранных местах. Потом МатеМаша соединила левую красную точку с левой нижней вершиной, а правую - с правой нижней вершиной. Таким образом прямоугольник оказался разделен на три части. Две крайние части МатеМаша раскрасила синим цветом, а среднюю часть зелёным. Какой краски на рисунке больше: синей или зелёной?

- Синей;
- зелёной;
- поровну;
- это зависит от расположения красных точек на верхней стороне.



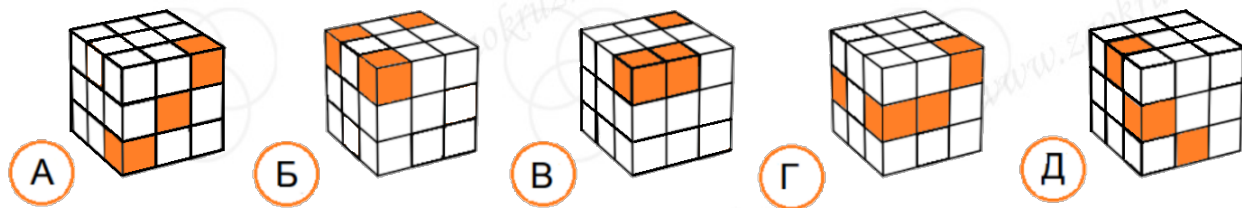
Ответ: зелёной. (Проведем из красных точек две пунктирные линии, которые разделят большой прямоугольник на три маленьких прямоугольника.



Получилось, что левый прямоугольник разделён диагональю ровно пополам, поэтому в нём синего и зелёного цвета поровну. То же самое и в левом прямоугольнике. Значит, в двух крайних прямоугольниках синего и зелёного цвета одинаково. А поскольку средний прямоугольник полностью зелёный, то зелёного цвета больше.)

5. На одной из картинок изображён куб, сложенный из 12 оранжевых и 15 белых кубиков. На какой?

- А;
- Б;
- В;
- Г;
- Д.



Ответ: Г. (Вначале найдем количество кубиков, которые мы не видим. Всего кубиков в каждом кубе  $12+15=27$ . Мы видим на каждой картинке по 19 кубиков. Значит, кубиков, которых не видно,  $27-19=8$ . На картинках А, Б, В и Д мы видим по 3 оранжевых кубика. Чтобы всего могло получиться 12 оранжевых кубиков, среди невидимых кубиков должно быть 9 оранжевых. Но невидимых кубиков всего 8. Значит, картинки А, Б, В и Д не подходят. А на картинке Г видны 4 оранжевых кубика - если все 8 кубиков из тех, что не видим, тоже оранжевые, то всего оранжевых будет как раз  $4+8=12$ .)

6. ПрограМиша и МатеМаша играют в шахматы. Сейчас на доске белых фигур в три раза меньше, чем чёрных. Причём чёрных фигур на доске в четыре раза меньше, чем свободных клеток. Сколько на доске чёрных фигур?

В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 12. (На доске есть белые фигуры, есть чёрные и есть свободные клетки. Всего клеток на доске 64.)

Изобразим условие в виде схемы. Белых фигур меньше всего - количество клеток, которые они занимают, изобразим в виде маленького отрезка. Чёрных фигур в три раза больше - количество клеток, занятых чёрными фигурами, изобразим отрезком, который в три раза длиннее, то есть состоит из трёх маленьких отрезков. Осталось изобразить количество свободных клеток. Их в четыре раза больше, чем чёрных фигур, то есть отрезок должен быть в 4 раза длиннее - он будет состоять из 12 маленьких отрезков.



Значит, 64 клетки доски надо разделить на  $12+3+1=16$  равных частей:  $64:16=4$ . Значит, один маленький отрезок состоит из 4 клеток с белыми фигурами. А чёрных фигур в три раза больше, то есть 12.)

7. В "Школе Непосед" 13 учеников. Перед экзаменом по прилежности преподаватель посадил учеников в круг и попросил всех предположить, кто сдаст экзамен. Каждый непоседа постеснялся



высказаться про себя и двух своих соседей. Зато про всех остальных каждый сказал: «Никто из них не сдаст!» После экзамена оказалось, что угадали только прилежные непоседы - те, которые сдали экзамен. А все остальные ошиблись. Сколько непосед сдали экзамен?

*В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 2. (Предположим, что никто не сдал экзамен. Тогда высказывание каждого непоседы истинно (все остальные действительно не сдали экзамен). Но это противоречит условию - непоседы, которые не сдали экзамен, должны ошибиться.*

*Значит, хотя бы один из учеников сдал экзамен. Назовём его А. Он сказал правду, поэтому никто, кроме его соседей, экзамен не сдал.*

*Теперь выясним, могли ли его соседи сдать экзамен. Назовём соседей Б и В. Допустим, оба соседа не сдали экзамен. Тогда сказанное ими утверждение «Никто из них не сдаст!» истинно (так как для Б все, кроме него самого и двух соседей - это те же ученики, про которых говорил А, да ещё В. То есть действительно, все они не сдали экзамен. Аналогично с В). Но так как они не сдали экзамен, то они должны ошибаться - противоречие. Пусть оба соседа сдали экзамен. Тогда сказанное ими утверждение «Никто из них не сдаст!» ложно (так как для Б все, кроме него самого и двух соседей - это те же ученики, про которых говорил А, да ещё В. Те, про кого говорил А, действительно не сдали экзамен, но В - сдал. Значит, утверждение ложно. Аналогично с В).*

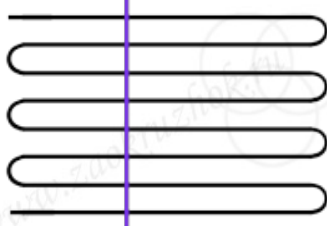
*Значит, только один из соседей мог сдать экзамен успешно. Действительно, в этом случае его высказывание истинно, а высказывание второго соседа – ложно.*

*Получается, что могли сдать экзамен только двое.)*

8. У МатеМаши есть длинная ленточка. МатеМаша сложила её пополам, после этого двойную ленту снова сложила пополам и затем ещё раз пополам. Получившуюся короткую сложенную ленту она разрежала одним разрезом точно поперёк ленты. Когда лента распалась на кусочки, два из получившихся кусочков оказались длиной 2 и 6 сантиметров. Какая наибольшая длина могла быть у первоначальной ленточки?

*В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 56. (Когда МатеМаша первый раз сложила ленточку пополам, получилось 2 слоя. После второго складывания получилось 4 слоя, а после третьего складывания получилось 8 слоёв. При этом все 8 слоёв ленточки одинаковой длины. Изобразим схематично сложенную ленточку и разрез.*





Покрасим кусочки, которые получились после разрезания, разными цветами:



При этом кусочки, покрашенные в один цвет, одинаковые по длине.

Значит, осталось разобрать все возможные варианты, какие два кусочка имеют длины 2 см и 6 см.

Синий и зелёный кусочки не могут иметь длины 2 см и 6 см, потому что зелёный кусочек равен по длине двум синим. Значит, эти две длины могут быть либо у синего и красного, либо у зелёного и красного кусочков. Разберём все эти варианты.

1. Синий кусочек 2 см, красный 6 см.



В этом случае один слой состоит из участка в 2 см и половины от 6 см, то есть имеет длину  $2+3=5$  см. А вся ленточка (то есть все 8 слоёв) имеют длину  $5+5+5+5+5+5+5+5=40$  см.

2. Синий кусочек 6 см, красный 2 см.



В этом случае один слой состоит из участка в 6 см и половины от 2 см, то есть имеет длину  $6+1=7$  см. А вся ленточка (то есть все 8 слоёв) имеет длину  $7+7+7+7+7+7+7+7=56$  см.

3. Зелёный кусочек 2 см, красный 6 см.



В этом случае один слой состоит из участка половины от 2 см и половины от 6 см, то есть имеет





длину  $1+3=4$  см. А вся ленточка (то есть все 8 слоёв) имеет длину 32 см.

4. Зелёный кусочек 6 см, красный 2 см.

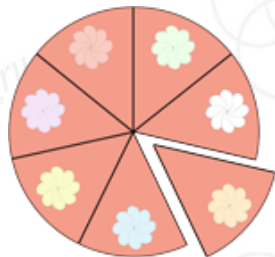


В этом случае один слой состоит из участка половины от 6 см и половины от 2 см, то есть имеет длину  $3+1=4$  см. А вся ленточка (то есть все 8 слоёв) тоже имеет длину 32 см.

Итого, самая большая длина получилась во втором случае - 56 см.)

9. МатеМаша пригласила в гости 6 подружек. Она сделала торт и разрежала его на 7 кусочков (по кусочку себе и каждой из подружек). На каждом кусочке - одна розочка из крема, причём все 7 розочек разного цвета (то есть кусочки не одинаковые). Когда гости пришли, и девочки вместе с МатеМашей сели за круглый стол, МатеМаша начала раскладывать кусочки торта по тарелкам. МатеМаша раскладывает кусочки так: сначала выбирает и кладёт один кусочек себе, а дальше каждый раз берёт какой-то кусочек "с краю" (то есть рядом с которым есть пустое место) и раскладывает кусочки девочкам по кругу по часовой стрелке. Сколькими способами можно таким образом раздать кусочки девочкам?

В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



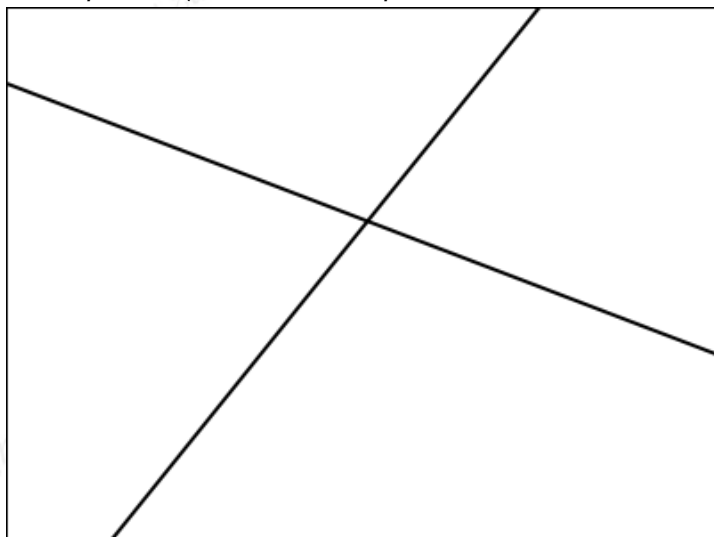
Ответ: 224. (Первый кусок для себя МатеМаша может выбрать 7-ю способами - любой из семи кусков. Для каждого такого варианта у неё два варианта выбрать следующий кусок - справа или слева от образовавшейся "дырки". Значит, выбрать два первых куска  $7*2=14$  способов. Для каждой комбинации из первых двух кусков снова два варианта выбрать следующий кусок - с правого или левого края от остатка. Получается  $7*2*2=28$  способов выбрать первые 3 куска. Поскольку каждый раз МатеМаша берёт один из крайних кусков от остатка, то оставшиеся куски всегда лежат вместе. Значит, всегда, пока остаётся хотя бы 2 куска, будет два варианта взять следующий кусок - с одного или с другого края от остатка. Значит, 5 раз будет по 2 варианта выбора. А последний кусок можно взять только одним способом. Значит, всего вариантов раздать куски торта  $7*2*2*2*2*2*1=224$ .)



10. ПрограМиша провёл на листе бумаги несколько красных, несколько синих и несколько зелёных линий. Каждая линия прямая и идёт от края до края листа. Каждая линия пересекает все остальные линии (точки пересечения тоже находятся в пределах листа, причём не на краю). При этом через каждую точку пересечения проходят только 2 линии. Если разрезать лист по красным линиям, то получится 4 части. Если разрезать лист по синим линиям, то получится тоже 4 части. А если по зелёным, получится 7 частей. Сколько частей получится, если разрезать лист по всем цветным линиям?

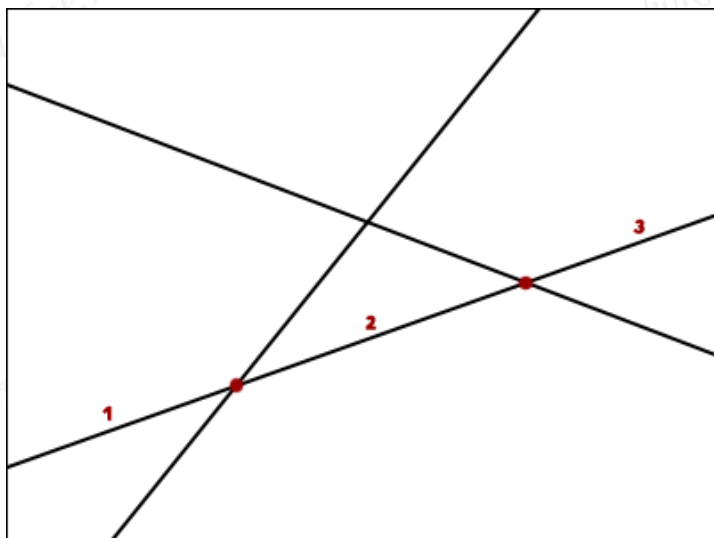
В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 29. (Будем пока считать, что все прямые одинаковые - чёрного цвета. Будем выяснять, на сколько частей делится лист бумаги этими прямыми. Сначала возьмём одну прямую, потом две, потом три, и так будем добавлять по одной прямой и смотреть, сколько добавляется частей листа. Итак, если взять одну прямую (любую из имеющихся), то она разделит лист на 2 части. Если взять две прямые (а остальные прямые пока считать "невидимыми"), то частей получится 4.

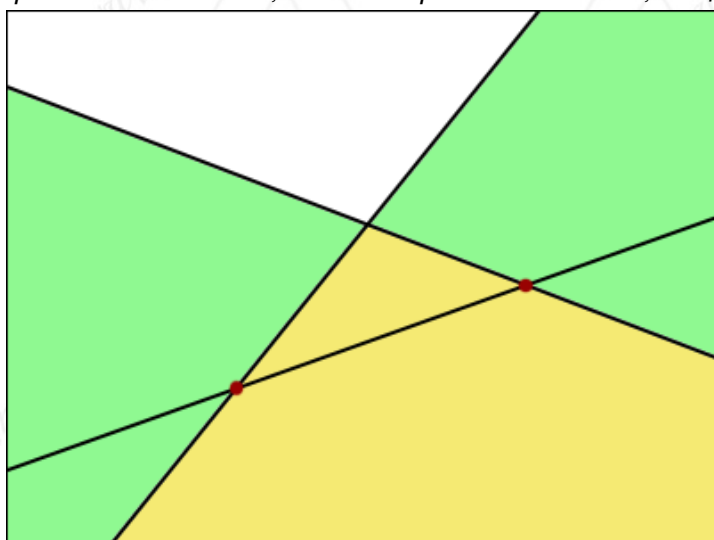


Если добавить к ним третью прямую (любую из имеющихся), то, по условию, она пересечёт каждую из первых двух, причём в разных точках. Значит, если отметить на третьей прямой эти две точки пересечения, то прямая будет разделена на 3 участка.



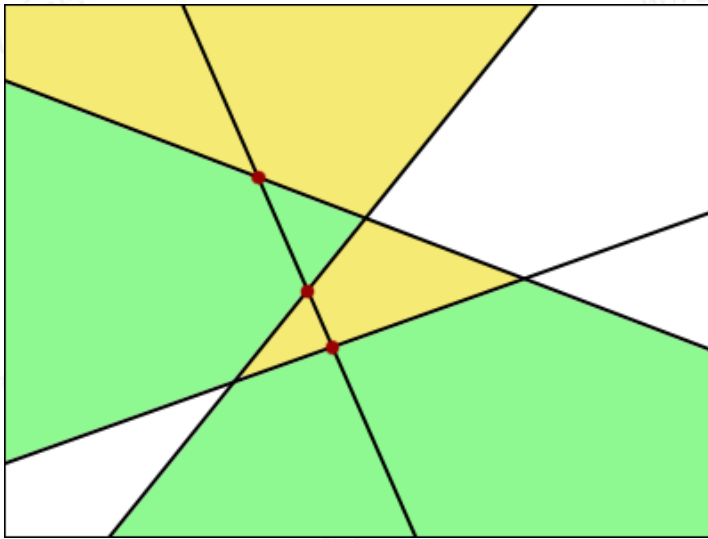


Каждый из этих участков пересекает какую-то одну часть листа на две. Значит, третья прямая пересекает не все 4, а только три части. Значит, общее число частей увеличится на 3 и будет  $4+3=7$ .

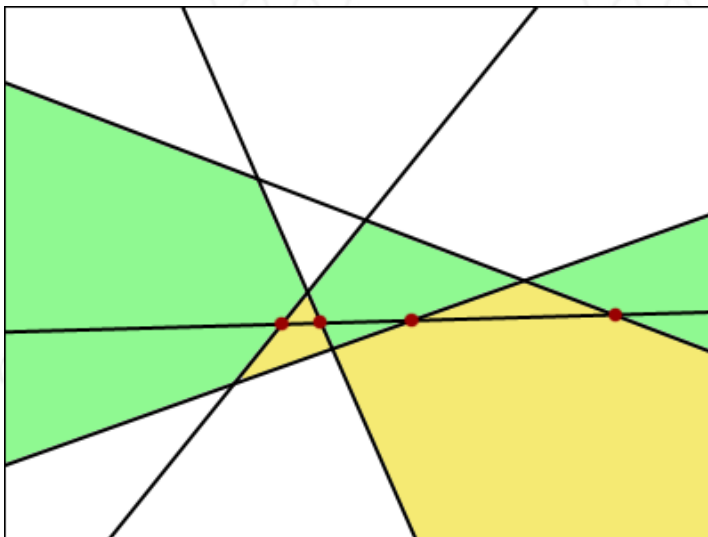


Итак, три прямые делят лист на 7 частей. Если добавить к ним четвёртую прямую, то она также будет иметь 3 точки пересечения - с каждой из первых трёх прямых, то есть разбивается на 4 участка. Каждый участок прямой пересекает один кусок листа на две части, то есть добавляется 4 части. Итого, 4 прямые разделят плоскость на  $7+4=11$  частей.





Если добавить пятую прямую, то на ней будет 4 точки пересечения и пять участков. То есть она "заденет" 5 частей листа, рассечёт каждую надвое и добавит к общему количеству 5 частей. Всего частей станет  $11+5=16$ .



Добавив шестую прямую, мы увеличим количество частей на 6. То есть всего станет  $16+6=22$  части. Седьмая прямая добавит 7 новых частей, и всего станет  $22+7=29$  частей. И так далее.

Поскольку красные линии делят лист на 4 части, то красных линий 2. Синих линий тоже 2. А зелёные линии делят лист на 7 частей, то есть их 3. Значит, всего линий на листе  $2+2+3=7$ . Как мы уже выяснили, 7 прямых линий делят лист на 29 частей.)

