Заключительная_Олимпиада - 3 класс - решения

1. Каких фрагментов нет на чертеже?

☐ 1;

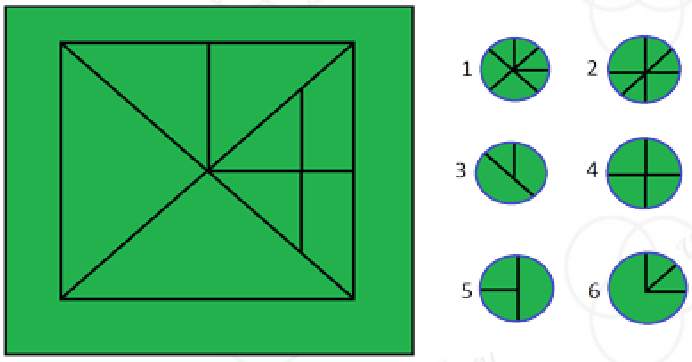
☐ 2;

☐ 3;

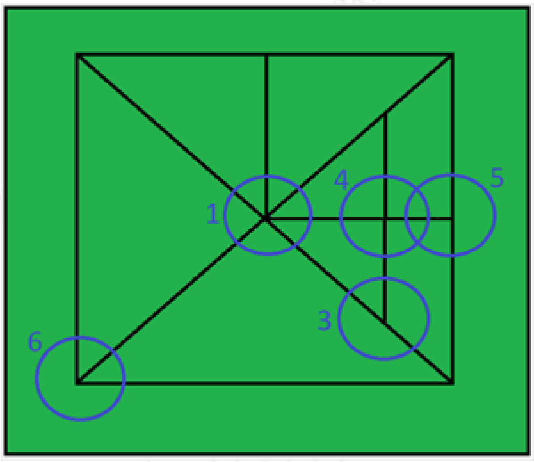
☐ 4;

☐ 5;

☐ 6.



Ответ: 2. (Отметим фрагменты 1, 3, 4, 5 и 6 на чертеже:

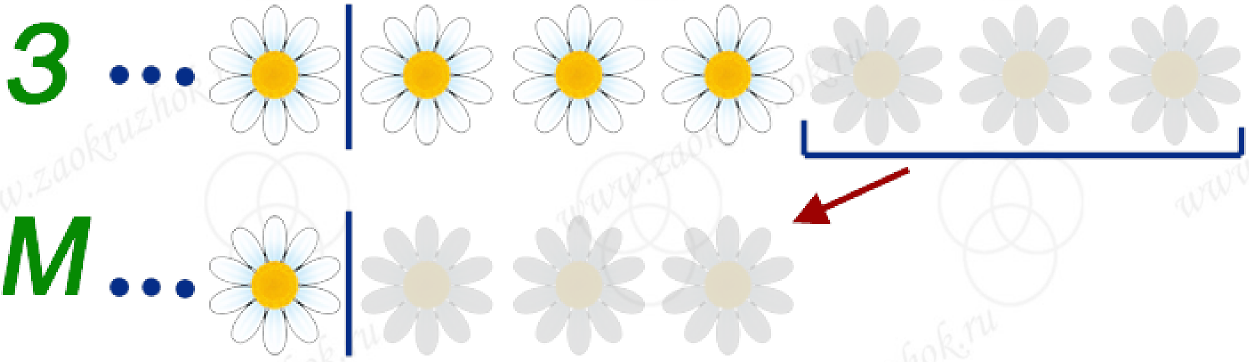


А фрагмента 2 нет: есть только одна точка, из которой выходит 6 отрезков, но там расположение отрезков другое.)

2. Ёжик, Медвежонок и Заяц собирали на поляне ромашки, и каждый собрал небольшой букет. Если Ёжик отдаст Медвежонку 6 своих ромашек, то у всех троих станет поровну ромашек. А сколько ромашек Заяц может отдать Медвежонку, чтобы у Зайца и Медвежонка стало одинаковое число ромашек?

В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 3. (Если Ёжик отдаст 6 ромашек Медвежонку, то у Медвежонка станет на 6 ромашек больше, а у Зайца количество ромашек не изменится. При этом у всех станет поровну ромашек. Значит, исходно у Медвежонка на 6 ромашек меньше, чем у Зайца. Значит, Зайцу нужно отдать Медвежонку половину этой разницы - 3 ромашки.



Тогда у Зайца количество ромашек уменьшится на 3, а у Медвежонка - увеличится на 3. И тогда у Зайца и Медвежонка ромашек будет поровну.)

3. В инкубаторе было 20 яиц. Из некоторых вылупились цыплята, а из остальных — черепашки. Цыплячьих лапок оказалось вдвое больше, чем черепашьих. Сколько вылупилось цыплят?

У цыпленка две лапки, у черепашки — четыре. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 16. (У одной черепашки лапок столько же, сколько у двух цыплят. Раз цыплячьих лапок в 2 раза больше, то самих цыплят больше в 4 раза. Действительно, чтобы цыплячьих ног было вдвое больше, нужно, чтобы на каждую черепашку (4 ноги) приходилось по 4 цыплёнка (8 ног). Значит, всех вылупившихся малышей можно разделить на группы: одна черепашка и 4 цыплёнка. В каждой группе 5 детёнышей, а всего было 20 яиц. Значит, таких групп будет 4. То есть всего 4 черепашки и 4+4+4+4=16 цыплят.
Значит, из 20 яиц вылупилось 16 цыплят и 4 черепашки.)

4. Дедушка и папа учат маленького Яшу забивать гвозди. Пока дедушка забивает 5 гвоздей, папа забивает 4 гвоздя. Пока папа забивает 3 гвоздя, маленький Яша забивает 1 гвоздь. Папа и Яша посчитали, что за некоторое время вместе они забили 80 гвоздей. Сколько гвоздей за это время забил дедушка?

В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 75. (Пока папа забивает 3 гвоздя, Яша забивает 1 гвоздь. Значит, вместе за это время они забивают 4 гвоздя. Вместе папа и Яша забили 80 гвоздей - это 20 раз по 4. Значит, папа забил 20 раз по 3, то есть 60 гвоздей. А Яша забил 20 раз по 1, то есть 20 гвоздей.

Папины 60 гвоздей - это 15 раз по 4 гвоздя. Значит, дедушка за это же время забил 15 раз по 5 гвоздей, то есть 75 гвоздей.)

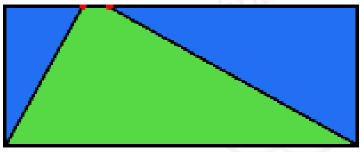
5. МатеМаша начертила прямоугольник и отметила на верхней стороне две красные точки в двух случайно выбранных местах. Потом МатеМаша соединила левую красную точку с левой нижней вершиной, а правую – с правой нижней вершиной. Таким образом прямоугольник оказался разделен на три части. Две крайние части МатеМаша раскрасила синим цветом, а среднюю часть зелёным. Какой краски на рисунке больше: синей или зелёной?

☐ Синей;

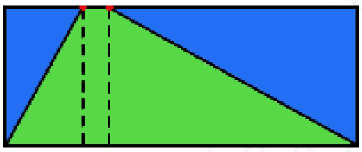
☐ зелёной;

☐ поровну;

☐ это зависит от расположения красных точек на верхней стороне.



Ответ: зелёной. (Проведем из красных точек две пунктирные линии, которые разделят большой прямоугольник на три маленьких прямоугольника.



Получилось, что левый прямоугольник разделён диагональю ровно пополам, поэтому в нём синего и зелёного цвета поровну. То же самое и в левом прямоугольнике. Значит, в двух крайних прямоугольниках синего и зелёного цвета одинаково. А поскольку средний прямоугольник полностью зелёный, то зелёного цвета больше.)

6. На одной из картинок изображён куб, сложенный из 12 оранжевых и 15 белых кубиков. На какой?

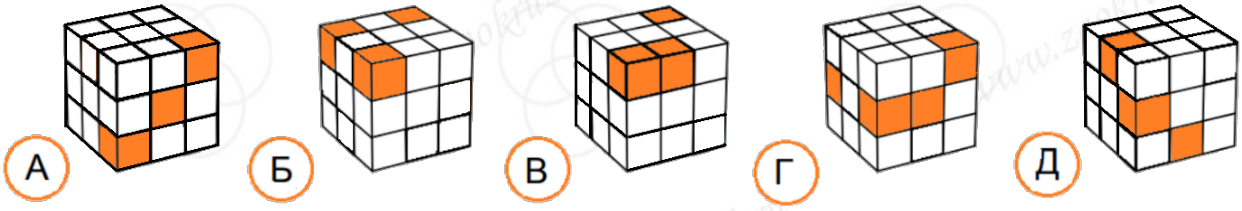
☐ А;

☐ Б;

☐ В;

☐ Г;

☐ Д.



Ответ: Г. (Вначале найдем количество кубиков, которые мы не видим. Всего кубиков в каждом кубе 12+15=27. Мы видим на каждой картинке по 19 кубиков. Значит, кубиков, которых не видно, 27-19=8. На картинках А, Б, В и Д мы видим по 3 оранжевых кубика. Чтобы всего могло получится 12 оранжевых кубиков, среди невидимых кубиков должно быть 9 оранжевых. Но невидимых кубиков всего 8. Значит, картинки А, Б, В и Д не подходят. А на картинке Г видны 4 оранжевых кубика - если все 8 кубиков из тех, что не видим, тоже оранжевые, то всего оранжевых будет как раз 4+8=12.)

7. ПрограМиша собрался в течение часа заниматься уборкой. У него в запасе есть 25 конфет. Первую конфету он хочет съесть с началом уборки, а дальше собирается есть по конфете каждые четыре минуты. ПрограМиша съедает конфету с особым удовольствием, если после этого конфет остаётся больше половины от исходного запаса, а до конца уборки — меньше получаса. Сколько конфет он съест с особым удовольствием?

ПрограМиша очень любит конфеты, поэтому съедает каждую за одно мгновенье. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 4. (С особым удовольствием он может съесть только какие-то из первых 12 конфет - дальше остаток конфет будет меньше половины от исходного запаса. При этом с особым удовольствием он начнёт есть конфеты только через полчаса. Первую конфету он съест с началом уборки, вторую - через 4 минуты, третью - через 8, …, восьмую - через 28 минут, девятую - через 32 минуты, … То есть ПрограМиша будет есть конфеты с особым удовольствием начиная с девятой, а закончит двенадцатой. Значит, ПрограМиша съест с особым удовольствием 4 конфеты.)

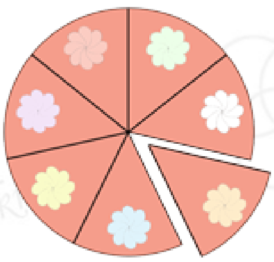
8. В “Школе Непосед” 13 учеников. Перед экзаменом по прилежности преподаватель посадил учеников в круг и попросил всех предположить, кто сдаст экзамен. Каждый непоседа постеснялся высказаться про себя и двух своих соседей. Зато про всех остальных каждый сказал: «Никто из них не сдаст!» После экзамена оказалось, что угадали только прилежные непоседы - те, которые сдали экзамен. А все остальные ошиблись. Сколько непосед сдали экзамен?

В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 2. (Предположим, что никто не сдал экзамен. Тогда высказывание каждого непоседы истинно (все остальные действительно не сдали экзамен). Но это противоречит условию - непоседы, которые не сдали экзамен, должны ошибиться.
Значит, хотя бы один из учеников сдал экзамен. Назовём его А. Он сказал правду, поэтому никто, кроме его соседей, экзамен не сдал.
Теперь выясним, могли ли его соседи сдать экзамен. Назовём соседей Б и В. Допустим, оба соседа не сдали экзамен. Тогда сказанное ими утверждение «Никто из них не сдаст!» истинно (так как для Б все, кроме него самого и двух соседей - это те же ученики, про которых говорил А, да ещё В. То есть действительно, все они не сдали экзамен. Аналогично с В). Но так как они не сдали экзамен, то они должны ошибаться - противоречие. Пусть оба соседа сдали экзамен. Тогда сказанное ими утверждение «Никто из них не сдаст!» ложно (так как для Б все, кроме него самого и двух соседей - это те же ученики, про которых говорил А, да ещё В. Те, про кого говорил А, действительно не сдали экзамен, но В - сдал. Значит, утверждение ложно. Аналогично с В).
Значит, только один из соседей мог сдать экзамен успешно. Действительно, в этом случае его высказывание истинно, а высказывание второго соседа – ложно.
Получается, что могли сдать экзамен только двое.)

9. МатеМаша пригласила в гости 6 подружек. Она сделала торт и разрезала его на 7 кусочков (по кусочку себе и каждой из подружек). На каждом кусочке - одна розочка из крема, причём все 7 розочек разного цвета (то есть кусочки не одинаковые). Когда гости пришли, и девочки вместе с МатеМашей сели за круглый стол, МатеМаша начала раскладывать кусочки торта по тарелкам. МатеМаша раскладывает кусочки так: сначала выбирает и кладёт один кусочек себе, а дальше каждый раз берёт какой-то кусочек "с краю" (то есть рядом с которым есть пустое место) и раскладывает кусочки девочкам по кругу по часовой стрелке. Сколькими способами можно таким образом раздать кусочки девочкам?

В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



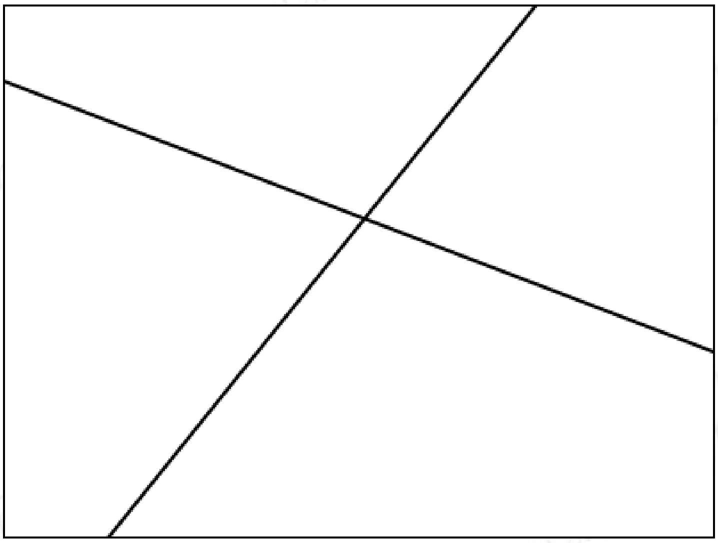
*Ответ: 224. (Первый кусок для себя МатеМаша может выбрать 7-ю способами - любой из семи кусков. Для каждого такого варианта у неё два варианта выбрать следующий кусок - справа или слева от образовавшейся "дырки". Значит, выбрать два первых куска 7*2=14 способов. Для каждой комбинации из первых двух кусков снова два варианта выбрать следующий кусок - с правого или левого края от остатка. Получается 7*2*2=28 способов выбрать первые 3 куска. Поскольку каждый раз МатеМаша берёт один из крайних кусков от остатка, то оставшиеся куски* *всегда лежат вместе. Значит, всегда, пока остаётся хотя бы 2 куска, будет два варианта взять следующий кусок - с одного или с другого края от остатка. Значит, 5 раз будет по 2 варианта выбора. А последний кусок можно взять только одним способом. Значит, всего вариантов раздать куски торта 7*2*2*2*2*2*1=224.)*

10. ПрограМиша провёл на листе бумаги несколько красных, несколько синих и несколько зелёных линий. Каждая линия прямая и идёт от края до края листа. Каждая линия пересекает все остальные линии (точки пересечения тоже находятся в пределах листа, причём не на краю). При этом через каждую точку пересечения проходят только 2 линии. Если разрезать лист по красным линиям, то получится 4 части. Если разрезать лист по синим линиям, то получится тоже 4 части. А если по зелёным, получится 7 частей. Сколько частей получится, если разрезать лист по всем цветным линиям?

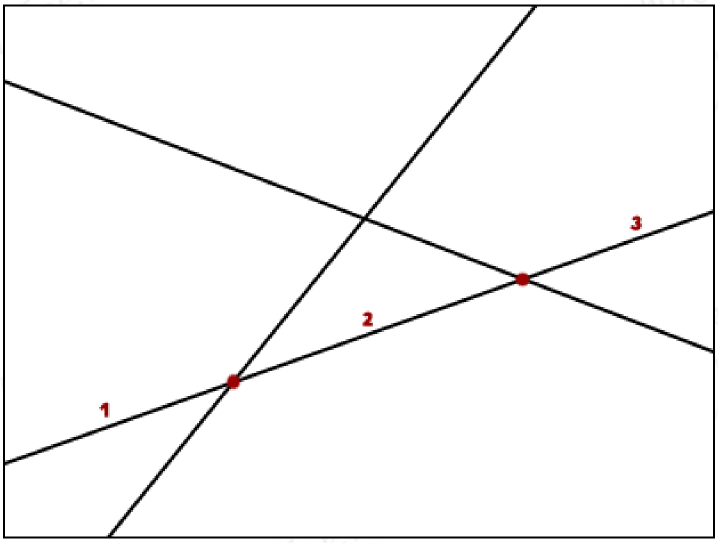
В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 29. (Будем пока считать, что все прямые одинаковые - чёрного цвета. Будем выяснять, на сколько частей делится лист бумаги этими прямыми. Сначала возьмём одну прямую, потом две, потом три, и так будем добавлять по одной прямой и смотреть, сколько добавляется частей листа.

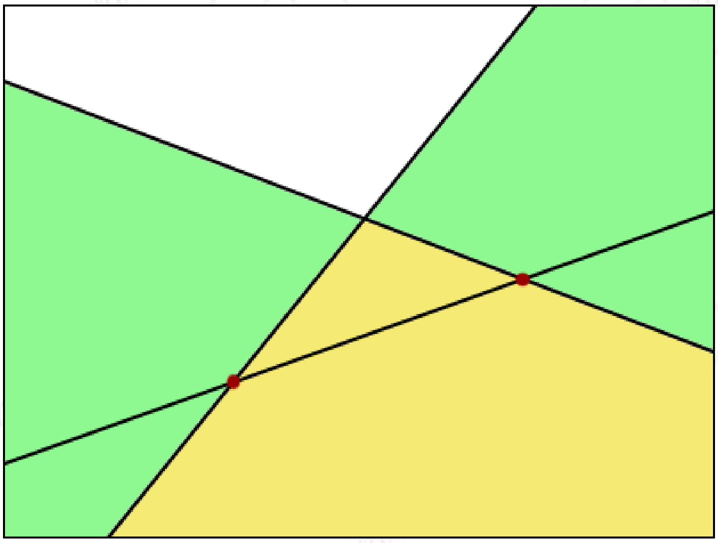
Итак, если взять одну прямую (любую из имеющихся), то она разделит лист на 2 части. Если взять две прямые (а остальные прямые пока считать "невидимыми"), то частей получится 4.



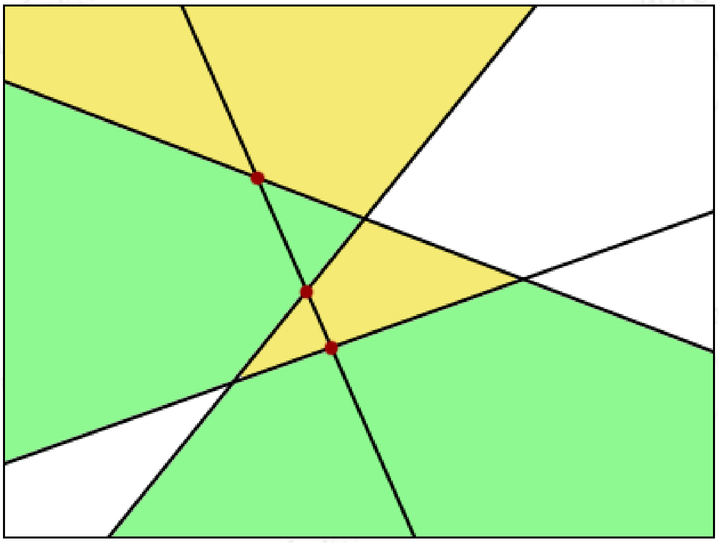
Если добавить к ним третью прямую (любую из имеющихся), то, по условию, она пересечёт каждую из первых двух, причём в разных точках. Значит, если отметить на третьей прямой эти две точки пересечения, то прямая будет разделена на 3 участка.



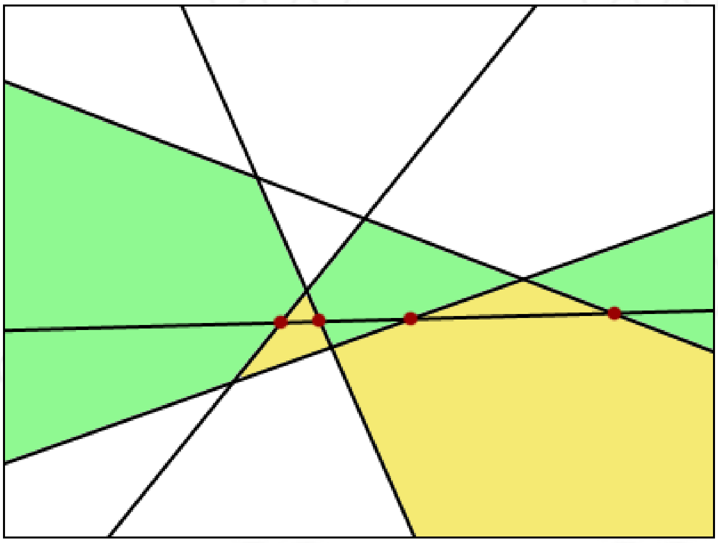
Каждый из этих участков рассекает какую-то одну часть листа на две. Значит, третья прямая рассекает не все 4, а только три части. Значит, общее число частей увеличится на 3 и будет 4+3=7.



Итак, три прямые делят лист на 7 частей. Если добавить к ним четвёртую прямую, то она также будет иметь 3 точки пересечения - с каждой их первых трёх прямых, то есть разбивается на 4 участка. Каждый участок прямой рассекает один кусок листа на две части, то есть добавляется 4 части. Итого, 4 прямые разделят плоскость на 7+4=11 частей.



Если добавить пятую прямую, то на ней будет 4 точки пересечения и пять участков. То есть она "заденет" 5 частей листа, рассечёт каждую надвое и добавит к общему количеству 5 частей. Всего частей станет 11+5=16.



Добавив шестую прямую, мы увеличим количество чатей на 6. То есть всего станет 16+6=22 части. Седьмая прямая добавит 7 новых частей, и всего станет 22+7=29 частей. И так далее.
Поскольку красные линии делят лист на 4 части, то красных линий 2. Синих линий тоже 2. А зелёные линии делят лист на 7 частей, то есть их 3. Значит, всего линий на листе 2+2+3=7. Как мы уже выяснили, 7 прямых линий делят лист на 29 частей.)